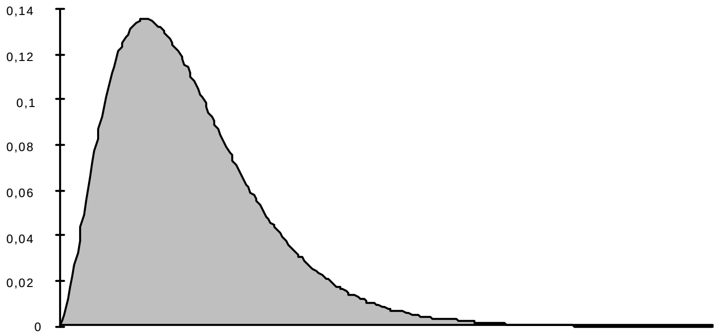
Tables de valeurs critiques

1. Variable χ^2 (Khi deux) :

Variable de Pearson de type III

La table a été obtenue par Jean-Claude Régnier à partir de la fonction KHIDEUX.INVERSE du logiciel Microsoft Excel 5. Elle fournit pour 11 valeurs particulières de probabilité α, une valeur approchée de la valeur k de la variable telle que Prob (χ^2 > k) = α .

Histogramme de la variable du Khi-deux ddl = 6



ddl	α = 0,01	α = 0,05	α = 0,10
1	6,6349	3,8415	2,7055
2	9,2104	5,9915	4,6052
3	11,3449	7,8147	6,2514
4	13,2767	9,4877	7,7794
5	15,0863	11,0705	9,2363
6	16,8119	12,5916	10,6446
7	18,4753	14,0671	12,0170
8	20,0902	15,5073	13,3616
9	21,6660	16,9190	14,6837
10	23,2093	18,3070	15,9872
11	24,7250	19,6752	17,2750
12	26,2170	21,0261	18,5493
13	27,6882	22,3620	19,8119
14	29,1412	23,6848	21,0641
15	30,5780	24,9958	22,3071
16	31,9999	26,2962	23,5418
17	33,4087	27,5871	24,7690
18	34,8052	28,8693	25,9894
19	36,1908	30,1435	27,2036
20	37,5663	31,4104	28,4120
21	38,9322	32,6706	29,6151
22	40,2894	33,9245	30,8133
23	41,6383	35,1725	32,0069
24	42,9798	36,4150	33,1962

ddl	a = 0,01	a = 0,05	a = 0,10
25	44,3140	37,6525	34,3816
26	45,6416	38,8851	35,5632
27	46,9628	40,1133	36,7412
28	48,2782	41,3372	37,9159
29	49,5878	42,5569	39,0875
30	50,8922	43,7730	40,2560
31	52,1914	44,9853	41,4217
32	53,4857	46,1942	42,5847
33	54,7754	47,3999	43,7452
34	56,0609	48,6024	44,9032
35	57,3420	49,8018	46,0588
36	58,6192	50,9985	47,2122
37	59,8926	52,1923	48,3634
38	61,1620	53,3835	49,5126
39	62,4281	54,5722	50,6598
40	63,6908	55,7585	51,8050
41	64,9500	56,9424	52,9485
42	66,2063	58,1240	54,0902
43	67,4593	59,3035	55,2302
44	68,7096	60,4809	56,3685
45	69,9569	61,6562	57,5053
46	71,2015	62,8296	58,6405
47	72,4432	64,0011	59,7743
48	73,6826	65,1708	60,9066
49	74,9194	66,3387	62,0375
50	76,1538	67,5048	63,1671
51	77,3860	68,6693	64,2954
52	78,6156	69,8322	65,4224
53	79,8434	70,9934	66,5482
54	81,0688	72,1532	67,6728
55	82,2920	73,3115	68,7962
56	83,5136	74,4683	69,9185
57	84,7327	75,6237	71,0397
58	85,9501	76,7778	72,1598
59	87,1658	77,9305	73,2789
60	88,3794	79,0820	74,3970
61	89,5912	80,2321	75,5141
62	90,8015	81,3810	76,6302
63	92,0099	82,5287	77,7454
64	93,2167	83,6752	78,8597
65	94,4220	84,8206	79,9730
66	95,6256	85,9649	81,0855
67	96,8277	87,1080	82,1971
68	98,0283	88,2502	83,3079
69	99,2274	89,3912	84,4179
70	100,4251	90,5313	85,5270
71	101,6214	91,6703	86,6354
72	102,8163	92,8083	87,7431

2. variable aléatoire de Laplace-Gauss Z= LG(0;1)

Ce document rapporte l'extrait d'une table que nous avons construite pour donner les valeurs numériques de la fonction densité de probabilité et de la fonction de répartition de la variable Z pour des valeurs supérieures à 0.

La fonction densité est définie par la relation

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \exp(-\frac{x^2}{2})$$

La fonction de répartition est définie par :

$$F(x) = \text{Prob}(\{Z<x\}) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \int_{-\infty}^{x} \exp(-\frac{t^2}{2})dt$$

Le calcul de F(x) est réalisé à partir d'une fonction approchée .

Nous avons choisi l'expression fournie dans l'ouvrage “Théorie des probabilités en vue des applications statistiques” de Tassi et Legait (1990) page 126 et page 329.

Pour x tel que $0 < x < 4$

$$F(x) \approx 1- [au + bu^2 + cu^3] f(x)$$

avec a = 0,4361836

b = -0,1201676

c = 0,9372980

x>0

$$u = \frac{1}{1 + 0,33267x}$$

qui donne une approximation de l'ordre de 10^{-5}.

Pour x tel que $4 < x$

$$F(x) \approx 1- \left(1- \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} - \frac{15}{x^6} + \frac{105}{x^8}\right) \frac{f(x)}{x}$$

qui donne une approximation de l'ordre de 10^{-7}.

Ainsi il convient de ne tenir pour significatives que les 5 premières décimales ou les 7 premières au-delà de x= 4.

Le calcul est obtenu par l'intermédiaire d'un tableur : “Excel” sur Mac-SE.

Pour obtenir les valeurs de F(x) sur $] -\infty ; 0[$ il suffit d'utiliser la symétrie de la distribution :

$$F(x) = 1- F(-x) \quad \text{en effet } F(x) = \text{Prob}(\{Z< x\}) = \text{Prob}(\{Z>-x\}) = 1- \text{Prob}(\{Z \leq -x\}) = 1- F(-x)$$

2.1. Table de la distribution des fréquences de LG(0,1)

0≤<x≤<1.95

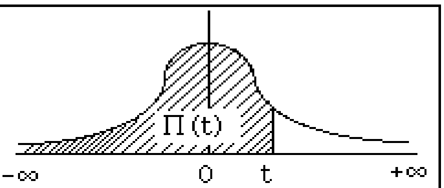
x	***Prob{ Z<x}***	*x*	***Prob{ Z<x}***	*x*	***Prob{ Z<x}***	*x*	***Prob{ Z<x}***
0	0,5000	0,49	0,6879	0,98	0,8365	1,47	0,9292
0,01	0,5040	0,5	0,6915	0,99	0,8389	1,48	0,9306
0,02	0,5080	0,51	0,6950	1	0,8413	1,49	0,9319
0,03	0,5120	0,52	0,6985	1,01	0,8438	1,5	0,9332
0,04	0,5160	0,53	0,7019	1,02	0,8461	1,51	0,9345
0,05	0,5199	0,54	0,7054	1,03	0,8485	1,52	0,9357
0,06	0,5239	0,55	0,7088	1,04	0,8508	1,53	0,9370
0,07	0,5279	0,56	0,7123	1,05	0,8531	1,54	0,9382
0,08	0,5319	0,57	0,7157	1,06	0,8554	1,55	0,9394
0,09	0,5359	0,58	0,7190	1,07	0,8577	1,56	0,9406
0,1	0,5398	0,59	0,7224	1,08	0,8599	1,57	0,9418
0,11	0,5438	0,6	0,7257	1,09	0,8621	1,58	0,9429
0,12	0,5478	0,61	0,7291	1,1	0,8643	1,59	0,9441
0,13	0,5517	0,62	0,7324	1,11	0,8665	1,6	0,9452
0,14	0,5557	0,63	0,7357	1,12	0,8686	1,61	0,9463
0,15	0,5596	0,64	0,7389	1,13	0,8708	1,62	0,9474
0,16	0,5636	0,65	0,7422	1,14	0,8729	1,63	0,9484
0,17	0,5675	0,66	0,7454	1,15	0,8749	1,64	0,9495
0,18	0,5714	0,67	0,7486	1,16	0,8770	1,65	0,9505
0,19	0,5753	0,68	0,7517	1,17	0,8790	1,66	0,9515
0,2	0,5793	0,69	0,7549	1,18	0,8810	1,67	0,9525
0,21	0,5832	0,7	0,7580	1,19	0,8830	1,68	0,9535
0,22	0,5871	0,71	0,7611	1,2	0,8849	1,69	0,9545
0,23	0,5910	0,72	0,7642	1,21	0,8869	1,7	0,9554
0,24	0,5948	0,73	0,7673	1,22	0,8888	1,71	0,9564
0,25	0,5987	0,74	0,7704	1,23	0,8907	1,72	0,9573
0,26	0,6026	0,75	0,7734	1,24	0,8925	1,73	0,9582
0,27	0,6064	0,76	0,7764	1,25	0,8944	1,74	0,9591
0,28	0,6103	0,77	0,7794	1,26	0,8962	1,75	0,9599
0,29	0,6141	0,78	0,7823	1,27	0,8980	1,76	0,9608
0,3	0,6179	0,79	0,7852	1,28	0,8997	1,77	0,9616
0,31	0,6217	0,8	0,7881	1,29	0,9015	1,78	0,9625
0,32	0,6255	0,81	0,7910	1,3	0,9032	1,79	0,9633
0,33	0,6293	0,82	0,7939	1,31	0,9049	1,8	0,9641
0,34	0,6331	0,83	0,7967	1,32	0,9066	1,81	0,9649
0,35	0,6368	0,84	0,7995	1,33	0,9082	1,82	0,9656
0.36	0,6405	0,85	0,8023	1,34	0,9099	1,83	0,9664
0,37	0,6443	0,86	0,8051	1,35	0,9115	1,84	0,9671
0,38	0,6480	0,87	0,8078	1,36	0,9131	1,85	0,9678
0,39	0,6517	0,88	0,8106	1,37	0,9147	1,86	0,9686
0,4	0,6554	0,89	0,8133	1,38	0,9162	1,87	0,9693
0,41	0,6591	0,9	0,8159	1,39	0,9177	1,88	0,9699
0,42	0,6628	0,91	0,8186	1,4	0,9192	1,89	0,9706
0,43	0,6664	0,92	0,8212	1,41	0,9207	1,9	0,9713
0,44	0,6700	0,93	0,8238	1,42	0,9222	1,91	0,9719
0,45	0,6736	0,94	0,8264	1,43	0,9236	1,92	0,9726
0,46	0,6772	0,95	0,8289	1,44	0,9251	1,93	0,9732
0,47	0,6808	0,96	0,8315	1,45	0,9265	1,94	0,9738
0,48	0,6844	0,97	0,8340	1,46	0,9279	1,95	0,9744

1.95 ≤<x≤<3.46

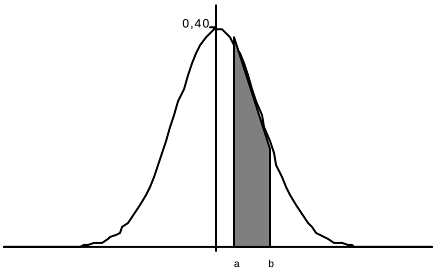
x	*Prob{ Z<x}*	*x*	*Prob{ Z<x}*	*x*	*Prob{ Z<x}*	*x*	*Prob{ Z<x}*
1,96	0,9750	2,38	0,9913	2,8	0,9974	3,050	0,99885126
1,97	0,9756	2,39	0,9916	2,81	0,9975	3,060	0,99888887
1,98	0,9761	2,4	0,9918	2,82	0,9976	3,070	0,99892535
1,99	0,9767	2,41	0,9920	2,83	0,9977	3,080	0,99896073
2	0,9772	2,42	0,9922	2,84	0,9977	3,090	0,99899504
2,01	0,9778	2,43	0,9925	2,85	0,9978	3,100	0,99902831
2,02	0,9783	2,44	0,9927	2,86	0,9979	3,110	0,99906056
2,03	0,9788	2,45	0,9929	2,87	0,9979	3,120	0,99909183
2,04	0,9793	2,46	0,9931	2,88	0,9980	3,130	0,99912213
2,05	0,9798	2,47	0,9932	2,885	0,99803676	3,140	0,99915151
2,06	0,9803	2,48	0,9934	2,890	0,99806767	3,150	0,99917998
2,07	0,9808	2,49	0,9936	2,895	0,99809814	3,160	0,99920756
2,08	0,9812	2,5	0,9938	2,900	0,99812817	3,170	0,99923429
2,09	0,9817	2,51	0,9940	2,905	0,99815777	3,180	0,99926019
2,1	0,9821	2,52	0,9941	2,910	0,99818695	3,190	0,99928528
2,11	0,9826	2,53	0,9943	2,915	0,99821570	3,200	0,99930958
2,12	0,9830	2,54	0,9945	2,920	0,99824404	3,210	0,99933312
2,13	0,9834	2,55	0,9946	2,925	0,99827196	3,220	0,99935591
2,14	0,9838	2,56	0,9948	2,930	0,99829949	3,230	0,99937799
2,15	0,9842	2,57	0,9949	2,935	0,99832661	3,240	0,99939936
2,16	0,9846	2,58	0,9951	2,940	0,99835334	3,250	0,99942006
2,17	0,9850	2,59	0,9952	2,945	0,99837968	3,260	0,99944009
2,18	0,9854	2,6	0,9953	2,950	0,99840563	3,270	0,99945948
2,19	0,9857	2,61	0,9955	2,955	0,99843120	3,280	0,99947825
2,2	0,9861	2,62	0,9956	2,960	0,99845640	3,290	0,99949641
2,21	0,9864	2,63	0,9957	2,965	0,99848124	3,300	0,99951399
2,22	0,9868	2,64	0,9959	2,970	0,99850570	3,310	0,99953100
2,23	0,9871	2,65	0,9960	2,975	0,99852981	3,320	0,99954745
2,24	0,9875	2,66	0,9961	2,980	0,99855356	3,330	0,99956337
2,25	0,9878	2,67	0,9962	2,985	0,99857696	3,340	0,99957877
2,26	0,9881	2,68	0,9963	2,990	0,99860001	3,350	0,99959366
2,27	0,9884	2,69	0,9964	2,995	0,99862272	3,360	0,99960806
2,28	0,9887	2,7	0,9965	3,000	0,99864510	3,370	0,99962199
2,29	0,9890	2,71	0,9966	3,005	0,99866714	3,380	0,99963546
2,3	0,9893	2,72	0,9967	3,010	0,99868885	3,390	0,99964848
2,31	0,9896	2,73	0,9968	3,015	0,99871024	3,400	0,99966106
2,32	0,9898	2,74	0,9969	3,020	0,99873131	3,410	0,99967323
2,33	0,9901	2,75	0,9970	3,025	0,99875207	3,420	0,99968499
2,34	0,9904	2,76	0,9971	3,030	0,99877251	3,430	0,99969635
2,35	0,9906	2,77	0,9972	3,035	0,99879265	3,440	0,99970734
2,36	0,9909	2,78	0,9973	3,040	0,99881248	3,450	0,99971795
2,37	0,9911	2,79	0,9974	3,045	0,99883202	3,460	0,99972820

$$\mathbf{Z} = \frac{X - m}{s} = \text{LG }(0,1)$$

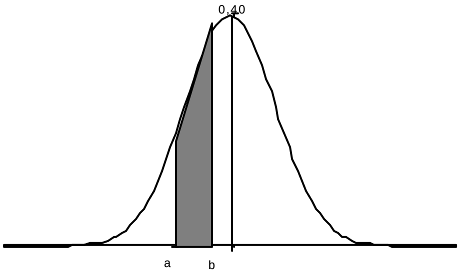
$$\Pi(x) = \text{Prop }\{\ \mathbf{Z} < x\ \}$$



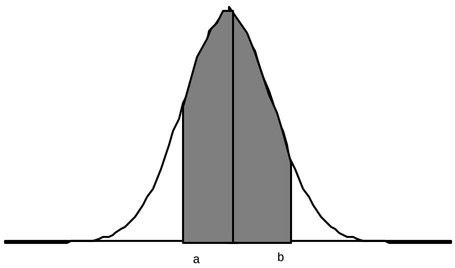
2.2. Quelques configurations usuelles pour faire des calculs :



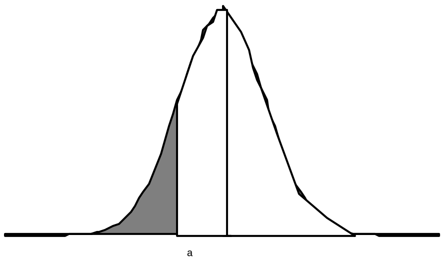
Prob($\{a \leq Z < b\}$) =
Prob($\{Z < b\}$)-Prob($\{Z < a\}$) = $\Pi(b) - \Pi(a)$



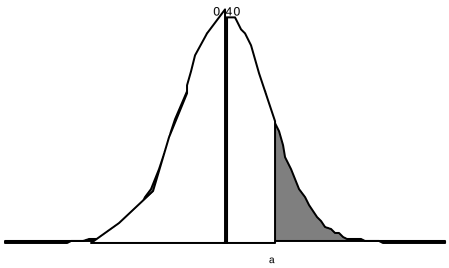
Prob($\{a \leq Z < b\}$) =
Prob($\{-b < Z \leq -a\}$) =
Prob($\{Z < -a\}$)-Prob($\{Z < -b\}$) =
$\Pi(-a) - \Pi(-b)$



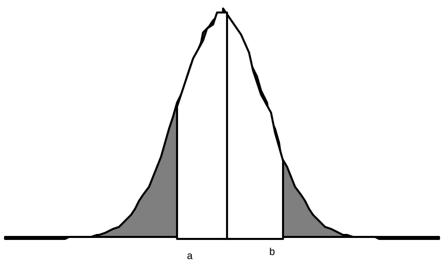
Prob($\{a \leq Z < b\}$) =
Prob($\{a \leq Z < 0\}$)+Prob($\{0 \leq Z < b\}$) or
Prob($\{0 \leq Z < b\}$) = $\Pi(b)-\frac{1}{2}$
Prob($\{0 < Z \leq -a\}$) = $\Pi(-a) - \frac{1}{2}$
donc
Prob($\{a \leq Z < b\}$) = $\Pi(-a) + \Pi(b)-1$



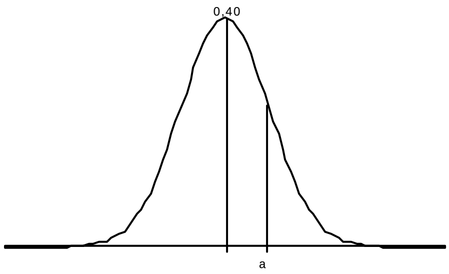
Prob($\{Z < a\}$) = Prob($\{Z >- a\}$)
Prob($\{ Z > -a\}$) = 1- Prob($\{Z < -a\}$)
donc
Prob($\{ Z < a\}$) = 1- $\Pi(-a)$



Prob($\{Z >= a\}$) = 1- Prob($\{Z <a\}$)
donc
Prob($\{ Z >= a\}$) = 1- $\Pi(a)$



Prob($\{Z < a\}$ ou $\{Z>b\}$) =
Prob($\{Z < a\}$ +Prob($\{Z>b\}$) =
or
Prob($\{Z < a\}$ =1- Prob($\{Z < -a\}$)
Prob($\{ Z > b\}$) = 1- Prob($\{Z \leq b\}$)
donc
Prob($\{Z < a\}$ ou $\{Z>b\}$) =
2- ($\Pi(-a) - \Pi(b)$)



Prob({Z=a}) = 0

On peut aussi remarquer que l'équation Prob({a ≤ X < b }) = α comporte trois inconnues à savoir a, b les bornes de l'intervalle et α la valeur de la probabilité de l'événement [a ; b[. Le problème est donc résoluble si on fixe α et une information sur a ou b, ou encore si on fixe a et b. Sur la base d'un raisonnement analogue à partir des histogrammes, on peut calculer les probabilités de ces événements sous les hypothèses des lois des variables de Pearson, de Fisher-Snedecor, de Student.