

Année universitaire: 2012-2013 Session : 1 Semestre : 1

Diplôme : MASTER1 Sciences de l'éducation et de formation

Parcours / spécialité:

Intitulé du cours :

Production et Traitement des données quantitatives

Code cours : 4PAKC011

Nom de l'enseignant : Jean-Claude Régnier

Durée de l'épreuve : 1 heure 30

Documents autorisés - EXCLUSIVEMENT documents papiers

Calculatrice impérativement recommandée

Document n° 1 : situation de l'étude

Considérons une enquête par questionnaire visant la construction de données pour une étude sur *la motivation des lycéens pour les études dans les domaines scientifiques après l'obtention du baccalauréat*.

Un questionnaire comportant 30 questions a été soumis à un échantillon aléatoire de 1250 bacheliers à l'issue de l'année scolaire 2003-2004. Les données ici construites sont des données fictives. Nous ne prenons en compte que les 9 questions suivantes.

Tableau des variables

<i>code de la variable</i>	<i>descriptif succinct</i>
V01	Sexe : 1_femme ; 2_homme
V02	Âge à la date de l'obtention du baccalauréat
V03	Série du baccalauréat
V04	Profil scolaire perçu : <i>Comment vous percevez-vous selon les catégories en usage dans le sens commun ?</i> 1_Plutôt Scientifique 2_Plutôt Économique 3_Plutôt Technologique 4_Plutôt Littéraire 5_Plutôt Professionnelle 6_Autre
V05	Auto-évaluation de votre goût pour les questions touchant aux mathématiques ou à des domaines scientifiques : <i>à quel niveau situez-vous votre gout sur l'échelle suivante ?</i> Min = 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 Max = 10
V06	Lecture et curiosité scientifique : <i>Vous arrive-t-il de lire au moins partiellement des articles ou des ouvrages ou regarder des documentaires consacrés à des thèmes scientifiques ou encore chercher des informations scientifiques sur Internet?</i> 1_Jamais 2_Rarement 3_Quelquefois 4_souvent 5_Très souvent 6_Presque chaque jour
V07	Nombre de réussites obtenues à un QCM de 20 items portant sur des connaissances scientifiques et mathématiques
V08	<i>Quels sont les thèmes scientifiques que vous préférez ?</i>
V09	Rangement par ordre décroissant d'importance de 10 idées relatives à la place des sciences et des mathématiques dans la vie quotidienne. (voir Tableau T7)

Nous rapportons ci-dessous les tableaux statistiques des variables :

(Tableau n° T1) Tableau statistique de la variable V01 = sexe

Modalités de V01	SEXE	
	1_femme	2_homme
Effectifs	750	500

**(Tableau n° T2) Tableau statistique de la variable V02 =
âge à la date de l'obtention du baccalauréat**

Valeurs de V02 effectifs	[16,5; 17[[17; 18[[18; 19[[19; 20[[20; 21[[21; 25[
	80	150	620	200	120	80

(Tableau n° T4) Tableau statistique de la variable V04 : profil scolaire perçu
Comment vous percevez-vous selon les catégories en usage dans le sens commun ?

Modalités de V04	Plutôt Scientifique	Plutôt Économique	Plutôt Technologique	Plutôt Littéraire	Plutôt Professionnelle	Autre
effectifs	250	300	200	350	100	48

(Tableau n° T5) Tableau statistique de la variable V05 =
Auto-évaluation de votre goût pour les questions touchant aux mathématiques ou à des domaines scientifiques : à quel niveau situez-vous votre goût sur l'échelle suivante ?

modalités de V05	0 le plus faible	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 le plus fort
effectifs	86	81	98	111	96	94	102	100	86	81	90

(Tableau n° T6) Tableau statistique de la variable V06 = lecture et curiosité scientifique
Vous arrive-t-il de lire au moins partiellement des articles ou des ouvrages ou regarder des documentaires consacrés à des thèmes scientifiques ou encore chercher des informations scientifiques sur Internet?

Modalités de V06	1_Jamais	2_Rarement	3_Quelquefois	4_Souvent	5_Très souvent	6_Presque chaque jour
effectifs	185	195	215	255	215	185

(Tableau n° T7) Tableau statistique de la variable V07= Connaissances
nombre de réussites obtenues à un QCM de 20 items portant sur des connaissances scientifiques

scores/20	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
effectifs	62	58	57	57	57	59	62	67	57	60	56	54	65	56	60	57	61	69	60	46	70

Document n° 2 : traitement demandé

TQ1- De quoi s'agit-il ?

Q101- Après avoir pris connaissance des informations fournies dans le **document n°1**, identifier et caractériser “succinctement” et clairement, les éléments de cette étude statistique : population, échantillon, individus, variables.

Q102 – Identifier clairement la nature des 9 variables retenues

Population :

Ensemble des bacheliers à l'issue de l'année 2003-2004(**individus**)

Échantillons:

échantillon aléatoire de 1250 bacheliers à l'issue de l'année scolaire 2003-2004

Variables.

Variables quantitatives		Variables qualitatives		
discrètes	continues	ordinales	nominales	Textuelles
[V07]	[V02]	[V05] [V06]	[V01] [V03] [V04]	[V08]

La question V09 est un vecteur-variable à 9 composantes dont chaque réalisation est une permutation des nombres de 1 à 10.

TQ2-Étude de la variable V02 sur l'échantillon

Q201 Quel est l'âge moyen des bacheliers avec quel écart-type ?

Intervalles	valeurs centrales (xi)	effectifs (ni)	$n_i x_i$	$n_i(x_i-m)^2$
[16,5; 17[16,75	80	1340	372,55712
[17 ; 18[17,5	150	2625	297,3696
[18 ; 19[18,5	620	11470	103,20768
[19 ; 20[19,5	200	3900	70,0928
[20 ; 21	20,5	120	2460	304,13568
[21 ; 25[23	80	1840	1339,55712
		<i>effectif total</i>	<i>somme</i>	<i>somme</i>
		1250	23635	2486,92
			<i>moyenne</i>	<i>variance</i>
			18,904	1,989536
				<i>écart-type</i>
				1,410509128

L'âge moyen est de 18,904 années soit environ 18 ans 11 mois avec un écart-type de l'ordre de 1an et 5 mois.

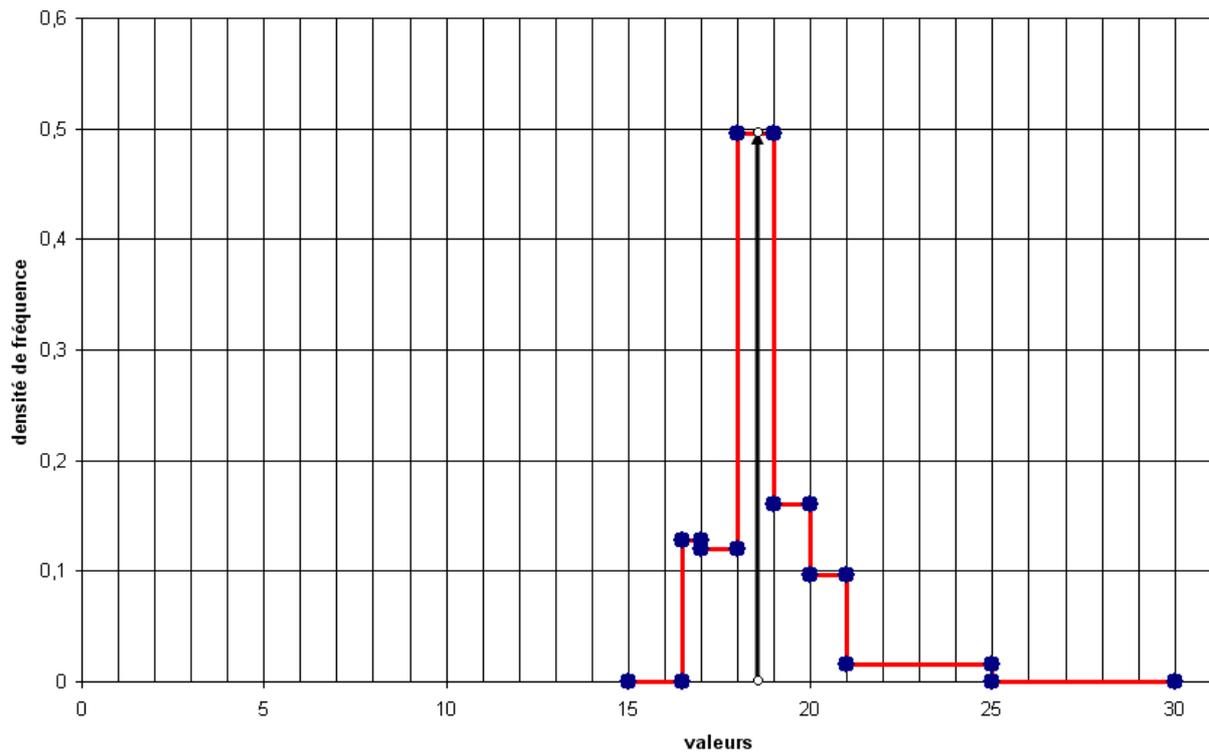
Q202 Construire un **histogramme** de la distribution des fréquences

Cette construction s'appuie sur les valeurs fournies dans le tableau T10 ci-dessous

Tableau T10

Intervalles	amplitude	fréquences	densité de fréquences
[16,5; 17[0,5	0,064	0,128
[17 ; 18[1	0,12	0,12
[18 ; 19[1	0,496	0,496
[19 ; 20[1	0,16	0,16
[20 ; 21[1	0,096	0,096
[21 ; 25[4	0,064	0,016

Histogramme de la variable V02



Q203 Quel est l'âge **modal** ?

Nous pouvons situer la valeur modale dans l'intervalle [18 ; 19[sur lequel la densité de fréquence est maximale : 0,496. Nous pouvons fournir comme estimation ponctuelle de l'âge modal, le centre de l'intervalle, c'est-à-dire 18,5 ans.

Q204 Quel est l'âge **médian** ?

En prenant appui sur l'histogramme et recourant à un raisonnement par interpolation linéaire, déterminer une estimation de l'âge médian des bacheliers.

On peut déjà estimer que la durée médiane est située dans l'intervalle [18 ; 19[.

On pose l'équation suivante pour obtenir la médiane Me :

$$(Me - 18) \frac{620}{1250} = \frac{395}{1250} \text{ d'où } (Me - 18) = \frac{395}{620}$$

$$Me = 18 + \frac{395}{620} \text{ soit } Me \approx 18,637$$

On peut estimer que l'âge médian est de l'ordre de 18 ans et 7 ou 8 mois

Q205- A partir de cette étude, énoncer sous une forme synthétique votre **conclusion** et votre **interprétation**.

TQ3 - Étude de l'homogénéité des points de vue relatifs à l'ordre décroissant d'importance de 10 idées concernant la place et le rôle des sciences et des mathématiques dans la vie quotidienne

Nous rapportons ici les réponses fournies (fictivement) par un sous-échantillon de 14 individus extrait de l'échantillon global. Chaque répondant ignore le rangement proposé par les autres. Les résultats concernant les rangs sont reportés dans le tableau T8 ci-dessous :

Tableau T8

individus	Idées									
	Id01	Id02	Id03	Id04	Id05	Id06	Id07	Id08	Id09	Id10
Bac_0001	4	1	2	3	8	7	6	10	9	5
Bac_0002	10	2	1	4	5	7	6	8	3	9
Bac_0003	3	2	8	7	5	4	1	6	9	10
Bac_0004	6	3	10	8	1	5	7	2	4	9
Bac_0005	4	1	7	5	6	8	3	2	10	9
Bac_0006	4	1	6	3	2	5	7	8	9	10
Bac_0007	2	1	3	4	8	5	6	7	10	9
Bac_0008	10	1	2	3	6	8	7	4	5	9
Bac_0009	1	5	2	4	6	8	7	9	10	3
Bac_0010	2	1	10	3	6	8	7	4	5	9
Bac_0011	4	2	3	8	1	6	5	7	10	9
Bac_0012	1	6	4	2	3	7	5	8	9	10
Bac_0013	5	9	3	4	7	6	1	8	10	2
Bac_0014	2	4	6	10	5	9	3	8	1	7

Énoncés des idées

Id01	Tout être humain peut accéder aux connaissances scientifiques
Id02	Les mathématiques sont fondamentales pour la formation citoyenne
Id03	Les sciences servent à construire des outils de destruction
Id04	Les sciences servent à construire des outils qui permettent de vivre au quotidien
Id05	La formation scientifique doit être obligatoire à l'école
Id06	Les sciences ne peuvent exister sans les mathématiques
Id07	Les sciences sont universelles
Id08	Les mathématiques sont fondamentales pour toutes les sciences
Id09	On peut très bien vivre sans formation scientifique
Id10	Les sciences sont réservées à ceux qui ont un don

Q301 Quel nom donne-t-on à ce tableau T8 ? Quelles informations contient-il ?

C'est un tableau de rangs qui donne les rangements réalisés par les individus. Chaque ligne est une permutation de $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Idées	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7	n°8	n°9	n°10	Somme totale de tous rangs attribués
Sommes des rangs attribués à chaque item	58	39	67	68	69	93	71	91	104	110	770

Q302 Peut-on considérer qu'il existe un classement ordonné significatif correspondant à une certaine homogénéité des points de vue des lycéens ? Avec le test W de Kendall tester respectivement au seuil de 1% et au seuil de 5% afin de choisir laquelle des deux hypothèses H_0 et H_1 qu'il faut bien expliciter auparavant, est la plus vraisemblable.

Q303 S'il existe un rangement significatif pour un niveau de risque donné, quel est ce rangement ?

Deux hypothèses sont en concurrence :

H_0 Les rangements attribués par les bacheliers interrogés sont indépendants et constituent un tout hétérogène.

H_1 Il existe une tendance à l'accord entre les rangements attribués.

Pour mettre en place la procédure de test fondée sur celle proposée par Kendall à partir de la statistique W , il nous faut obtenir la somme totale des $p=14$ rangs obtenus par chacun des $n=10$ items.

Sous l'hypothèse H_0 ces sommes seraient toutes identiques et seraient égales à

$$\frac{p \frac{n(n+1)}{2}}{n} = \frac{14(55)}{10} = 77$$

On mesure ensuite un écart global S_K entre ces valeurs obtenues et les valeurs espérées sous H_0 .

$$S_K = (58-77)^2 + (39-77)^2 + (67-77)^2 + (68-77)^2 + (69-77)^2 + (93-77)^2 + (71-77)^2 + (91-77)^2 + (104-77)^2 + (110-77)^2$$

$$S_K = 361 + 1444 + 100 + 81 + 64 + 256 + 36 + 196 + 729 + 1089$$

$$S_K = 4356$$

On mesure l'écart global maximum qui correspond à l'accord parfait c'est-à-dire le cas où l'octuplet des sommes serait une permutation de (14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112, 126, 140) :

$$S_{K \max} = (14-77)^2 + (28-77)^2 + (42-77)^2 + (56-77)^2 + (70-77)^2 + (84-77)^2 + (98-77)^2 + (112-77)^2 + (126-77)^2 + (140-77)^2$$

$$S_{K \max} = 16170$$

L'écart maximum peut être obtenu directement par la formule :

$$S_{K \max} = \frac{1}{12} p^2 (n^3 - n)$$

$$S_{K \max} = \frac{1}{12} 14^2 (10^3 - 10) = 16170$$

On calcule ensuite la valeur empirique de la statistique W de Kendall :

$$W = \frac{S_K}{\frac{1}{12} p^2 (n^3 - n)}$$

Pour information, retournons aux propriétés de la variable W . On connaît un certain nombre de caractéristiques :

D'une part : $0 \leq W \leq 1$

D'autre part :

Espérance	Variance	Moment centré d'ordre 3	Moment centré d'ordre 4
$E(W) = \frac{1}{p}$	$\sigma^2(W) = \frac{2(p-1)}{p^3(n-1)}$	$\mu_3(W) = \frac{8(p-1)(p-2)}{p^5(n-1)^2}$	$\mu_4(W) = \frac{12(p-1)^2}{p^6(n-1)^2} + \frac{48(p-1)(p-2)(p-3)}{p^7(n-1)^3} - \frac{48(p-1)}{p^7(n+1)(n-1)^2}$

Notons que $w = 1$ correspond à la situation d'accord parfait sur le rangement des n objets pour les p critères.

Si $w=0$ correspond au cas où chaque colonne a même total, c'est-à-dire que les objets seraient tous *ex aequo*. De faibles valeurs de W suggèrent encore cette indiscernabilité entre les objets, c'est-à-dire l'idée d'une indépendance des rangements.

Pour décider du rejet ou non de l'hypothèse nulle H_0 d'indépendance des p rangements, on compare la valeur empirique obtenue avec la valeur critique correspondant à un niveau α du risque de 1^{ère} espèce :

a) Pour $n \leq 7$ on utilise la table ci-dessous qui fournit les valeurs critiques w_k telles que $P(W \geq w_k) = \alpha = 0,05$:

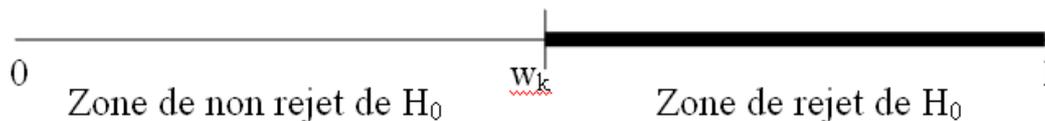
p	n	3	4	5	6
3		1	0,750	0,600	0,500
4		0,822	0,619	0,500	0,421
5		0,716	0,553	0,449	0,377
6		0,660	0,512	0,418	0,351
7		0,626	0,484	0,395	0,332
8		0,595	0,461	0,378	0,319
9		0,576	0,447	0,365	0,307
10		0,560	0,434	0,354	0,299
11		0,548	0,425	0,346	0,287
12		0,535	0,415	0,336	0,287
13		0,527	0,409	0,332	0,280
14		0,520	0,402	0,327	0,275
15		0,514	0,395	0,322	0,272
20		0,49	0,37	0,30	0,25
40		0,43	0,33	0,26	0,22
60		0,41	0,31	0,25	0,21
100		0,38	0,29	0,24	0,20
∞		0,33	0,25	0,20	0,17

b) Pour $n \leq 7$ et $2 < p \leq 20$ la variable $\frac{(p-1)W}{1-W}$ est distribuée comme la variable de Fisher-Snédecor $F(n_1 = n-1-\frac{2}{p}; n_2 = (p-1)(n-1-\frac{2}{p}))$

c) Pour $n > 7$ on utilise la variable $p(n-1)W$ qui est une variable de Pearson χ^2_{n-1}

La table fournie en annexe qui donne les valeurs critiques w_k telles que $P(W > w_k) = \alpha$ est déduite de cette propriété.

Globalement la règle de décision s'appuie sur la configuration suivante de l'espace de décision :

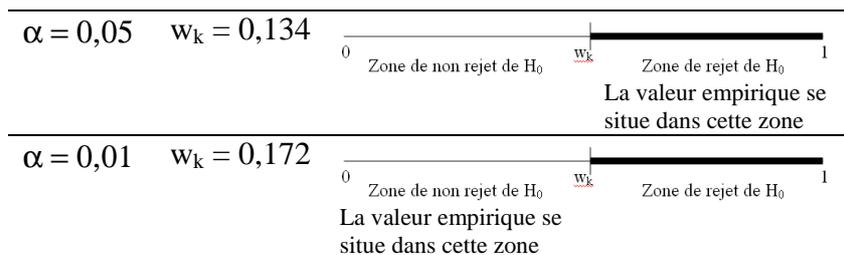


Dans le cas où l'on est conduit à rejeter l'hypothèse d'indépendance des rangements, on utilise souvent la règle de classement suivante:

Les objets sont classés dans l'ordre défini par les totaux des colonnes.

$$\text{Retour à la situation étudiée : } W = \frac{S_K}{\frac{1}{12} p^2 (n^3 - n)} = \frac{4356}{16170} \approx 0,26938$$

Dans la table de valeurs critiques, nous pouvons lire :



Il ressort qu'au niveau de risque $\alpha = 0,05$ ainsi qu'au niveau $\alpha = 0,01$ nous rejetons l'hypothèse H_0 c'est-à-dire que nous pouvons retenir l'idée d'une tendance à l'accord qui pourrait être réalisé autour du rangement suivant :

	Id01	Id02	Id03	Id04	Id05	Id06	Id07	Id08	Id09	Id10
Rang	2	1	3	4	5	8	6	7	9	10

Q304- A partir de cette étude, énoncer sous une forme synthétique votre **conclusion** et votre **interprétation**.

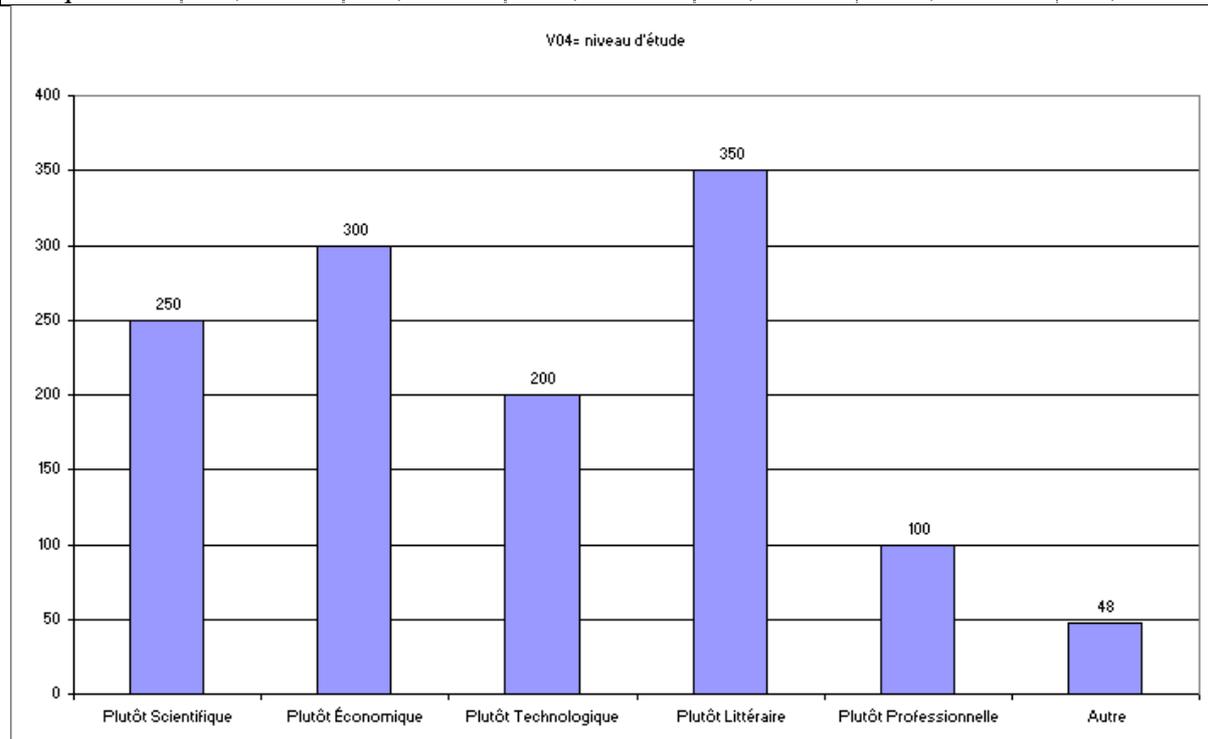
NB = Il n'est demandé de traiter qu'une des deux études qui suivent : TQ4 ou TQ5

TQ4 - Étude de la variable V04 = profil scolaire perçu

Q401 De quoi est-il question dans cette étude guidée par les items Q402 et Q403 ? Quel est l'objectif de cette procédure ? Quelles précisions sont requises dans les énoncés des résultats ?

Q402 Donner la proportion des individus qui se considèrent comme « plutôt scientifiques » dans l'échantillon.

Modalités de V04	Plutôt Scientifique	Plutôt Économique	Plutôt Technologique	Plutôt Littéraire	Plutôt Professionnelle	Autre
effectifs	250	300	200	350	100	48
fréquences	0,2003	0,2404	0,1603	0,2804	0,0801	0,0385



Nombre d'individus ayant répondu « plutôt scientifiques » est 250 parmi les 1248 qui ont répondu ou 1250 qui ont été interrogés. Proportion dans l'échantillon :

$$f = \frac{250}{1250} = 0.2 = 20\% \quad \text{ou} \quad f = \frac{250}{1248} \approx 0.200320512 \approx 20,03\%$$

Q403 Donner une estimation ponctuelle de la proportion des individus qui se considèrent comme « plutôt scientifiques » dans la population.

Estimation ponctuelle de la proportion dans la population :

20%

Q404 Donner une estimation par intervalle de confiance à 95% puis à 99% de la proportion des individus qui se considèrent comme « plutôt scientifiques » dans la population. Que constatez-vous ?

$$\left[f - k \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}; f + k \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}} \right]$$

Au seuil de confiance $1-\alpha=0,95$ la valeur critique $k=1,96$

$$\left[0,20 - 1,96 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{1250-1}}; 0,2 + 1,96 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{1250-1}} \right]$$

$$\text{or } 1,96 \left(\sqrt{\frac{0,2(0,8)}{1249}} \right) \approx 1,96(0,011318236) \approx 0,022183743$$

d'où [0,1778 ; 0,2222] C'est à dire entre 17,78% et 22,22%

Avec un niveau de confiance de 95%, nous estimons que la proportion se situe environ entre 17,7% et 22,3%

Au seuil de confiance $1-\alpha=0,99$ la valeur critique $k=2,57$

$$\left[0,20 - 2,57 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{1250-1}} ; 0,2 + 2,57 \sqrt{\frac{0,2(1-0,2)}{1250-1}} \right]$$

$$\text{or } 2,57 \left(\sqrt{\frac{0,2(0,8)}{1249}} \right) \approx 2,57(0,011318236) \approx 0,029087868$$

d'où [0,1709 ; 0,2291] C'est à dire entre 17,09% et 22,91%

Avec un niveau de confiance de 99%, nous estimons que la proportion se situe environ entre 17% et 23%

Q405- A partir de cette étude, énoncer sous une forme synthétique votre conclusion et votre interprétation.

TQ5- Étude du lien entre sexe et lecture (croisement des variables V01 et V06)

Q501- Peut-on considérer qu'il y a une différence de pratique de lecture et de comportement à l'égard des sciences selon le sexe ?

Tableau 9		V06 = Lecture et curiosité scientifique						
		Pratique de lecture plutôt faible			Pratique de lecture plutôt forte			
		1	2	3	4	5	6	
V01	Femme	339			411			750
Sexe	Homme	256			244			500
		595			655			1250

Q501 Quel nom donne-t-on à ce tableau ? Quelles informations contient-il ?

C'est un tableau de contingence. Tableau de distribution des effectifs de la conjonction de deux variables. Tableau des effectifs conjoints.

Q502 A partir de ces données issues de l'échantillon des répondants, peut-on considérer qu'il y a une différence de pratique de lecture selon le sexe ?

Il s'agit de tester les hypothèses correspondantes (Ho et H1 qu'il faut expliciter) au seuil de 5% et au seuil de 1% à l'aide du test d'indépendance du Khi-deux.

Nous mettons en œuvre un test d'indépendance (Test du Khi-deux) pour décider laquelle des deux hypothèses est la plus plausible :

Ho Les hommes et les femmes ont des points de vue homogènes relatifs à la Pratique de lecture

H1 Les hommes et les femmes ont des points de vue hétérogènes relatifs à la Pratique de lecture

Tableau des effectifs observés :

(Tableau n° T11a)	V06		
	Pratique de lecture plutôt faible	Pratique de lecture plutôt forte	
Femme	339	411	750
Homme	256	244	500
	595	655	1250

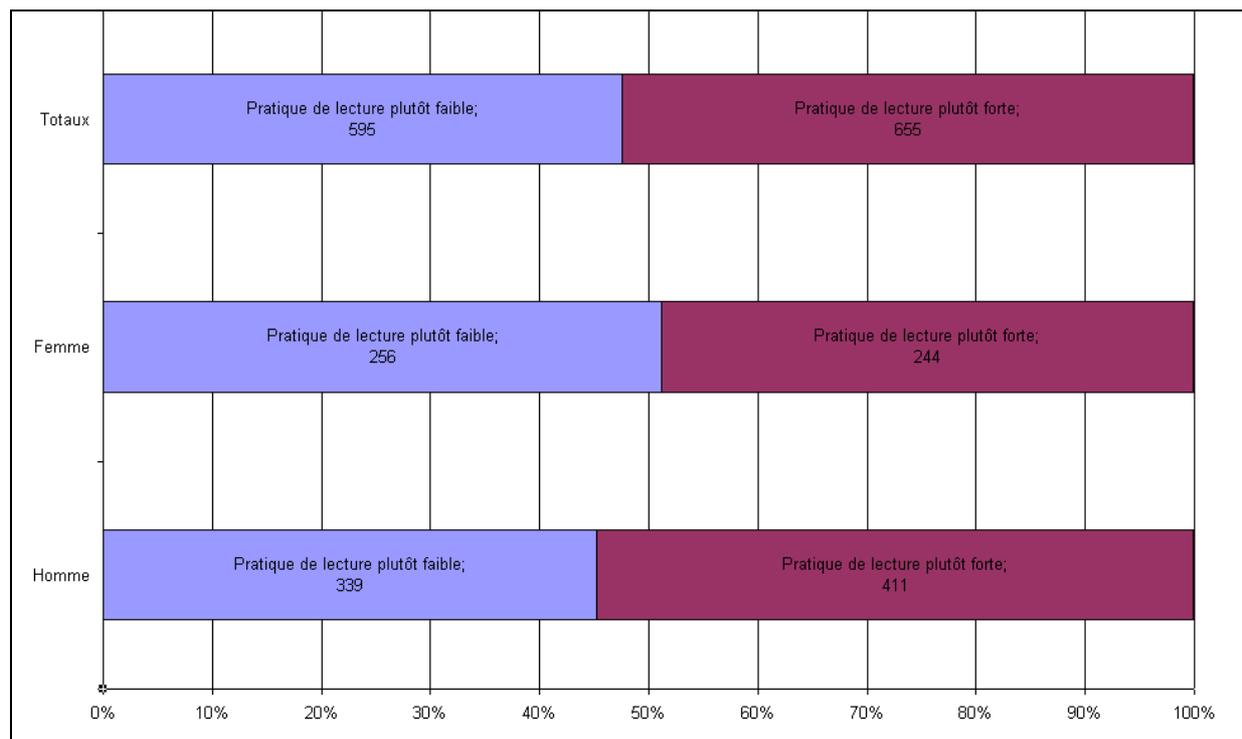


Tableau des effectifs théoriques sous l'hypothèse Ho :

V06			
(Tableau n° T11b)	Pratique de lecture plutôt faible	Pratique de lecture plutôt forte	
Femme	357	393	750
Homme	238	262	500
	595	655	1250

Tableau des contributions absolues :

V06			
(Tableau n° T11c)	Pratique de lecture plutôt faible	Pratique de lecture plutôt forte	
Femme	0,90756303	0,82442748	1,73199051
Homme	1,36134454	1,23664122	2,59798576
	2,26890756	2,0610687	4,32997627

Au seuil de $\alpha = 5\%$ la valeur critique lue dans la table du Khi-deux ddl = 1 est de $k = 3,84$.

Au seuil de $\alpha = 1\%$ la valeur critique lue dans la table du Khi-deux ddl = 1 est de $k = 6,64$.

Ici la valeur empirique est de **4,32** :

Elle est donc supérieure à la valeur théorique sous Ho au niveau de risque 0.05. On rejette l'hypothèse d'homogénéité/indépendance à ce niveau de risque de 1^{ère} espèce.

En revanche au niveau de risque 0.01, la valeur empirique est alors inférieure à la valeur théorique sous Ho. On ne rejette pas l'hypothèse d'homogénéité/indépendance à ce niveau de risque de 1^{ère} espèce. On s'expose alors au risque de 2^{ème} espèce de niveau β inconnu.

Compléments :**Tableau des fréquences**

Variable 1	Pratique de lecture plutôt faible	Pratique de lecture plutôt forte	Totaux
Femme	0,2712	0,3288	0,6
Homme	0,2048	0,1952	0,4
Totaux	0,476	0,524	1

Tableau des profils lignes

Variable 1	Pratique de lecture plutôt faible	Pratique de lecture plutôt forte	Totaux
Femme	0,452	0,548	1
Homme	0,512	0,488	1
Profil marginal	0,476	0,524	1

Tableau des profils colonnes

Variable 1	Pratique de lecture plutôt faible	Pratique de lecture plutôt forte	Profil marginal
Femme	0,5697479	0,62748092	0,6
Homme	0,4302521	0,37251908	0,4
Totaux	1	1	1

Tableau des contributions relatives

Variable 1	Pratique de lecture plutôt faible	Pratique de lecture plutôt forte	Totaux
Femme	20,96%	19,04%	40%
Homme	31,44%	28,56%	60%
Totaux	52,4%	47,6%	1

Q503- A partir de cette étude, énoncer sous une forme synthétique votre **conclusion** et votre **interprétation**

Annexe 1

Table des valeurs critiques w_k de la statistique W de Kendall telles que $P(W > w_k) = \alpha = 0,05$

n \ p	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
3	0,670	0,646	0,627	0,610	0,596	0,584	0,573	0,564	0,555	0,548	0,541	0,535	0,529	0,524
4	0,502	0,485	0,470	0,458	0,447	0,438	0,430	0,423	0,417	0,411	0,406	0,401	0,397	0,393
5	0,402	0,388	0,376	0,366	0,358	0,350	0,344	0,338	0,333	0,329	0,325	0,321	0,317	0,314
6	0,335	0,323	0,313	0,305	0,298	0,292	0,287	0,282	0,278	0,274	0,270	0,267	0,264	0,262
7	0,287	0,277	0,269	0,262	0,256	0,250	0,246	0,242	0,238	0,235	0,232	0,229	0,227	0,224
8	0,251	0,242	0,235	0,229	0,224	0,219	0,215	0,211	0,208	0,205	0,203	0,200	0,198	0,196
9	0,223	0,215	0,209	0,203	0,199	0,195	0,191	0,188	0,185	0,183	0,180	0,178	0,176	0,175
10	0,201	0,194	0,188	0,183	0,179	0,175	0,172	0,169	0,167	0,164	0,162	0,160	0,159	0,157
11	0,183	0,176	0,171	0,166	0,163	0,159	0,156	0,154	0,151	0,149	0,148	0,146	0,144	0,143
12	0,167	0,162	0,157	0,153	0,149	0,146	0,143	0,141	0,139	0,137	0,135	0,134	0,132	0,131
13	0,155	0,149	0,145	0,141	0,138	0,135	0,132	0,130	0,128	0,126	0,125	0,123	0,122	0,121
14	0,144	0,138	0,134	0,131	0,128	0,125	0,123	0,121	0,119	0,117	0,116	0,115	0,113	0,112
15	0,134	0,129	0,125	0,122	0,119	0,117	0,115	0,113	0,111	0,110	0,108	0,107	0,106	0,105
16	0,126	0,121	0,117	0,114	0,112	0,110	0,108	0,106	0,104	0,103	0,101	0,100	0,099	0,098
17	0,118	0,114	0,111	0,108	0,105	0,103	0,101	0,100	0,098	0,097	0,095	0,094	0,093	0,092
18	0,112	0,108	0,104	0,102	0,099	0,097	0,096	0,094	0,093	0,091	0,090	0,089	0,088	0,087
19	0,106	0,102	0,099	0,096	0,094	0,092	0,091	0,089	0,088	0,087	0,085	0,084	0,084	0,083
20	0,100	0,097	0,094	0,092	0,089	0,088	0,086	0,085	0,083	0,082	0,081	0,080	0,079	0,079

Table des valeurs critiques w_k de la statistique W de Kendall telles que $P(W > w_k) = \alpha = 0,01$

n \ p	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
3	0,880	0,837	0,802	0,774	0,749	0,728	0,710	0,694	0,680	0,667	0,655	0,645	0,635	0,626
4	0,660	0,628	0,602	0,580	0,562	0,546	0,532	0,520	0,510	0,500	0,491	0,483	0,476	0,470
5	0,528	0,502	0,481	0,464	0,450	0,437	0,426	0,416	0,408	0,400	0,393	0,387	0,381	0,376
6	0,440	0,419	0,401	0,387	0,375	0,364	0,355	0,347	0,340	0,333	0,328	0,322	0,317	0,313
7	0,377	0,359	0,344	0,332	0,321	0,312	0,304	0,297	0,291	0,286	0,281	0,276	0,272	0,268
8	0,330	0,314	0,301	0,290	0,281	0,273	0,266	0,260	0,255	0,250	0,246	0,242	0,238	0,235
9	0,293	0,279	0,267	0,258	0,250	0,243	0,237	0,231	0,227	0,222	0,218	0,215	0,212	0,209
10	0,264	0,251	0,241	0,232	0,225	0,218	0,213	0,208	0,204	0,200	0,197	0,193	0,190	0,188
11	0,240	0,228	0,219	0,211	0,204	0,199	0,194	0,189	0,185	0,182	0,179	0,176	0,173	0,171
12	0,220	0,209	0,201	0,193	0,187	0,182	0,177	0,173	0,170	0,167	0,164	0,161	0,159	0,157
13	0,203	0,193	0,185	0,179	0,173	0,168	0,164	0,160	0,157	0,154	0,151	0,149	0,147	0,144
14	0,189	0,179	0,172	0,166	0,161	0,156	0,152	0,149	0,146	0,143	0,140	0,138	0,136	0,134
15	0,176	0,167	0,160	0,155	0,150	0,146	0,142	0,139	0,136	0,133	0,131	0,129	0,127	0,125
16	0,165	0,157	0,150	0,145	0,140	0,137	0,133	0,130	0,127	0,125	0,123	0,121	0,119	0,117
17	0,155	0,148	0,142	0,137	0,132	0,129	0,125	0,122	0,120	0,118	0,116	0,114	0,112	0,110
18	0,147	0,140	0,134	0,129	0,125	0,121	0,118	0,116	0,113	0,111	0,109	0,107	0,106	0,104
19	0,139	0,132	0,127	0,122	0,118	0,115	0,112	0,110	0,107	0,105	0,103	0,102	0,100	0,099
20	0,132	0,126	0,120	0,116	0,112	0,109	0,106	0,104	0,102	0,100	0,098	0,097	0,095	0,094

