

## Didactique des mathématiques et de la statistique

Cours de Jean-Claude Régnier

### Qu'est-ce que la didactique des mathématiques ?

L'intérêt qu'il soit d'ordre éducatif, pédagogique ou autre, pour des questions portant sur l'enseignement des mathématiques n'est pas nouveau.

Au XVIII<sup>ème</sup> dans le mouvement d'installation des Écoles primaires et des Écoles centrales de la Révolution. Ainsi dans les objectifs éducatifs des Écoles centrales qui ont été décrétées le 7 ventôse An III (2 février 1795) avec une mise en application le 3 brumaire An IV (25 Octobre 1795), nous pouvons identifier l'intérêt porté aux mathématiques, à leur enseignement et à la formation mathématique du citoyen. En 1808, toutes les Écoles centrales de la Révolution avaient cessé d'exister et avaient été complètement remplacées par les Lycées impériaux.

Les documents reproduits ci-dessous ont été trouvés au Archives départementales de Saône et Loire.

|  |  |
|--|--|
|  <p>ÉCOLES PRIMAIRES ET CENTRALE.</p> <p>L'ADMINISTRATION<br/>CENTRALE</p> <p>DU DÉPARTEMENT DE SAONE ET LOIRE,<br/>Aux Administrations municipales de son arrondissement.</p> <p>Séance publique du 24 Ventôse, an quatre de la République française<br/>une &amp; indivisible.</p> | <p>L'ORGANISATION de l'instruction publique n'a pu s'opérer au sein des orages inséparables de la révolution.</p> <p>C'est à l'établissement du régime constitutionnel que ce bienfait si désiré est aujourd'hui dans le cas d'être recueilli utilement.</p> <p>Déjà les écoles primaires où il est enseigné à lire, à écrire, à calculer &amp; les élémens de la morale républicaine, commencent à s'organiser.</p> <p>Hâtez-vous, administrations qui êtes en retard, de vous occuper de leur organisation complète.</p> |
| <p>Les parties d'enseignemens qui y auront lieu sont le dessin, l'histoire naturelle, les langues anciennes, les langues vivantes, les élémens de mathématiques, la chimie &amp; la physique expérimentales, la grammaire générale, les belles lettres, l'histoire &amp; la législation.</p> <p>(Source : Archives départementales de Saône et Loire)</p>              |  |

Dans l'extrait suivant de la transcription d'intervention des membres du jury d'instruction publique et des professeurs de l'École Centrale, aux jeunes citoyens et aux pères de familles, nous pouvons identifier le rôle attribué à la formation en mathématiques :

*Extrait d'une.*

« Des connaissances plus étendues viennent successivement enrichir votre raison : vous trouvez dans les mathématiques, les principes incontestables d'une logique précise ; c'est là que le raisonnement se montre inaccessible à tous les sophismes et c'est là surtout que vous rassemblez en faisceau les éléments de ces arts utiles, qui assurent la supériorité d'une nation et la conduisent à la victoire... »

(Source : Archives départementales de Saône et Loire)

Les deux extraits qui suivent proviennent du Procès verbal des exercices de l'École Centrale du département de Saône et Loire qui se sont déroulés à Autun les 10-12 Fructidor An VI (jour de la fête de la vieillesse)

*Extrait 1*

« (...) Vous avez encore parcouru un cercle brillant de sciences utiles et nécessaires sous le nom de mathématiques. Cette étude sublime et profonde, jadis tant négligée doit occuper un rang distingué dans l'instruction républicaine. Elles renferment les connaissances les plus certaines accordées aux lumières de l'esprit humain; infaillibles dans leurs principes, vraies dans les conséquences qu'en découlent, ces sciences conduisent l'homme de vérité en vérité. L'étude de la nature est celle des corps, et pour l'utiliser, il faut connaître leur grandeur en général, leurs propriétés, leur mouvement et leurs figures. Il est deux autres sciences qui sont aussi du domaine des mathématiques et qui en tirent un grand secours pour leurs opérations et leurs procédés, je veux parler de la physique et de la chimie expérimentales, elles ne manqueront pas de devenir pour vous l'objet d'une étude particulière (...) »

*Extrait 2*

« Le II au matin les élèves de mathématiques sont rassemblés au dit lieu des séances - Ce cours est divisé en deux sections suivant la force des élèves; la première section, qui renferme les moins avancés s'est occupée de l'arithmétique et de l'algèbre dont elle a poussé l'étude jusqu'aux équations du second degré, la seconde réunit à ces connaissances les principes de la géométrie et de la trigonométrie plane. Les élèves des deux sections répondent sur leurs parties respectives, et leurs réponses accompagnées de démonstrations font sentir aux citoyens les avantages d'une science uniquement fondée sur le raisonnement. Un des élèves termine par une dissertation où analysant les principes les plus importants de la géométrie, il soumet aux yeux du public les opérations relatives aux objets qu'il traite, il s'étend surtout sur le nivellement et l'art de lever des plans. ».

(Source : Archives départementales de Saône et Loire)

Pour avoir une idée de l'enseignement, nous pouvons lire un roman qui y fait référence : *La vie d'Henry Brulard* de Stendhal où l'auteur rapporte des événements liés à sa vie d'élève en cours de mathématiques à l'École centrale de Grenoble.

Aux XIX<sup>ème</sup> et XX<sup>ème</sup> siècles, les programmes d'enseignement ou des textes introductifs de manuels ou d'ouvrages de mathématiques, sont porteurs de questionnements. L'étude de ces sources qui constitue déjà un objet de ce qui est nommé la **didactique des mathématiques**, nous en donne un aperçu. Il est important de rappeler que nous distinguons ici très précisément *enseigner* et *apprendre*. Enseigner c'est ce que *fait* un sujet (enseignant) dans *l'intention de faire apprendre quelque chose* par un autre sujet (apprenant) : celui qui apprend.

Comme les deux processus *enseigner* et *apprendre* sont en jeu, nous parlons alors de **situations d'enseignement-apprentissage** dont l'enseignant a la charge de l'organisation et de la mise en œuvre dans un lieu qui habituellement est une salle de classe au sein d'une institution éducative scolaire.

Dans les années 60-70, une attention forte a été portée sur les mathématiques en tant qu'objet d'enseignement. Il s'agissait de réfléchir sur les moyens d'améliorer cet enseignement des mathématiques. Des réformes ont été engagées dont la Réforme dite des mathématiques modernes est sans doute celle qui a laissé les traces les plus prégnantes. En 1970, Gilbert Walunsinski [In-14] a tenté de présenter le sens de cette réforme orientée par un enseignement des mathématiques modernes. Il introduit son ouvrage par ce propos « Pour qui a des enfants d'âge scolaire ou simplement pour qui s'intéresse aux affaires de l'éducation, l'actualité pose de nombreuses et parfois irritantes questions sur l'enseignement des mathématiques. » et conclut quelques lignes plus bas en espérant que son propos aide « le *citoyen de bonne volonté* à comprendre les divers aspects de l'un des problèmes qu'il aura, un jour ou l'autre, à examiner s'il veut mériter ce beau titre. » [In-14] (p.8). En 1966, une commission ministérielle présidée par le Professeur Lichnerowicz a pour mission de travailler sur la question de l'enseignement des mathématiques. Elle publie un rapport en mars 1967 et préconise la création d'Instituts de Recherche sur l'Enseignement Mathématique [I.R.E.M.]. En 1968, dans la Charte de Chambéry, l'A.P.M.E.P., association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, créée en 1909 pour que « De la Maternelle à l'Université » des maîtres, enseignant les mathématiques à tous les niveaux, puissent mettre en commun leurs expériences pédagogiques, s'engage dans les débats. L'objectif principal de l'A.P.M.E.P. est celui de « donner aux élèves une formation de mathématiques mieux adaptée à leurs goûts et à leurs besoins et d'y intéresser le plus grand nombre<sup>1</sup>. ». Par cette charte de Chambéry, l'A.P.M.E.P. soutient que :

« Une réforme de l'enseignement des mathématiques est indispensable afin de tenir compte :

- *des idées directrices qui animent la vie mathématique contemporaine ;*
- *de la nécessité d'un renouvellement pédagogique découvrant de vraies méthodes actives et initiant très progressivement aux notions les plus abstraites ;*
- *du rôle primordial joué par les mathématiques dans l'organisation sociale, la production des biens et des services et donc de la nécessité de la rendre plus accessible.*

La Réforme est possible :

- *Partout des expériences sont en cours (...);*
- *Mais il faut informer les maîtres, parents et tous éducateurs des objectifs de la réforme, des conditions optimales de sa réalisation et s'efforcer de les obtenir.*

La réalisation des réformes commence par :

- *une expérimentation pédagogique sérieuse et sans idée préconçue ;*
- *un effort toujours accru pour la formation des maîtres : formation initiale et formation permanente. »*

En 2007, nous pouvons réfléchir sur l'actualité de ces propos. Tout l'esprit de la Charte de Chambéry est articulé à l'idée que « expérimentation et formation des maîtres sont les deux moteurs de la réforme ». Ce qui conduit l'A.P.M.E.P. à militer activement pour la création des I.R.E.M. dont la vocation majeure reste « d'assurer la formation continue des maîtres de tous les niveaux et organiser les expériences désirables sur l'enseignement des mathématiques, faciliter ou provoquer le travail en équipe et tisser tout un réseau d'équipes (...). »

L'acte de création des I.R.E.M. peut être daté du 25 Octobre 1968. Les trois premiers sont créés dans les académies de Paris, Lyon et Strasbourg, respectivement sous la direction de

---

<sup>1</sup> Charte de Caen *Supplément au Bulletin de l'A.P.M.E.P.* n°285 sept. 1972

Revuz, Glaymann et Frenkel. Un comité permanent des I.R.E.M. est organisé et présidé par Lichnerowicz.

Ce comité décide, le 24 février 1969, la création de quatre nouveaux I.R.E.M. : Rennes, Aix-Marseille, Bordeaux et Besançon. Viendront ensuite, en 1970, les IREM de Lille, Montpellier et Clermont-Ferrand, puis en 1971, ceux de Grenoble, Nancy et Toulouse. Et ainsi de suite. Un axe de travail domine au sein des I.R.E.M. : celui de l'organisation du « recyclage » des professeurs de mathématiques en raison des réformes des programmes d'enseignement, en particulier, avec l'introduction des mathématiques modernes. Ces instituts ont constitué des lieux de ressources fondamentaux pour l'émergence de la didactique des mathématiques. A ce jour, ils demeurent des espaces de ressources accessibles par Internet pour l'étude de la didactique des mathématiques.

En ce qui concerne la mise en place du réseau des I.R.E.M., à ce jour, plus d'une dizaine de commissions Inter-I.R.E.M. ont été créées, résultat de la vie de groupes de travail dans les différents instituts. Ces commissions organisent des colloques et des écoles d'été. Elles produisent des ressources pédagogiques sous forme de revues, de livres ou de documents. En 1990, la revue *Repères* a été créée en tant que publication nationale de ce réseau.

A partir de 1975, le développement institutionnel de ce qui a été désigné par **didactique des mathématiques** est accentué avec la constitution d'équipes de recherche au CNRS, dans quelques universités et dans les IREM. En 1978 un Séminaire national de didactique des mathématiques est créé et se tient pendant un jour et demi, quatre fois par an. Puis en 1980, une association savante est créée ARDM, association de soutien à la recherche en didactique des mathématiques ainsi que la Revue : *Recherche en Didactique des Mathématiques* dont la publication reçoit l'appui du CNRS.

En 1999, le Ministre Claude Allègre institue une Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques sous la présidence de Jean-Pierre Kahane, professeur émérite à l'Université de Paris-Sud, membre de l'Académie des sciences. Plusieurs didacticiens des mathématiques parmi lesquels nous pourrions citer Guy Brousseau, participent aux travaux de cette commission dont le Rapport [In-12] adressé au ministre de l'Éducation nationale a été publié en 2002. Nous y retrouvons les thèmes récurrents concernant les mathématiques, leur utilité et donc l'intérêt qu'elles soient enseignées et surtout apprises en se défiant des effets pervers de l'utilitarisme. Comme l'écrivait Joseph Fourier à propos de *l'Analyse mathématique* en tant que « faculté de la raison humaine, destinée à suppléer à la brièveté de la vie et à l'imperfection des sens », la formation de la raison humaine à laquelle participe la formation au raisonnement mathématique, est aussi une des conditions de la vie en démocratie. Ceci maintient la question récurrente de la formation mathématique du citoyen.

A ce stade, comment peut-on déjà définir la didactique des mathématiques ?

Nous pouvons déjà la considérer comme l'étude des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, à la lumière d'une théorie des situations didactiques, situations d'enseignement et d'apprentissage, dans un cadre institutionnel donné, dont l'étude ne peut être réduite à la connaissance scientifique enseignée et apprise, à savoir : les mathématiques.

Revenons au terme même : didactique. Nous pouvons distinguer son emploi en tant qu'adjectif, substantif féminin ou substantif masculin.

Le Dictionnaire de l'Académie Française de 1822 donne les définitions suivantes : « DIDACTIQUE : Qui est propre à l'instruction. » Il est ajouté « On dit aussi substantivement, LE DIDACTIQUE, pour le genre didactique. ». Nous pouvons rappeler que le genre didactique est un genre littéraire par lequel l'auteur s'efforce d'instruire sous une forme agréable et poétique.

En 1974, J. Leif dans son *vocabulaire*<sup>2</sup> identifie les sens suivants : ce terme « qualifie l'action ou la démarche dont l'objet est d'instruire par enseignement » mais il désigne aussi « l'ensemble des matières, des contenus de l'enseignement. » Relativement à ce sens, Leif pointe la nécessité de faire une différence entre la didactique et les méthodes pédagogiques même si il y a un rapport étroit entre contenus et démarches propres à les transmettre. Enfin il complète en disant que « les méthodes didactiques font essentiellement appel à la mémoire, prennent soin d'ordonner systématiquement les matières d'enseignement, recommandent l'exposé, la leçon construite mais elles considèrent aussi la nécessité, pour le maître d'expliquer, de faire comprendre. Ces méthodes sont souvent dogmatiques, ennuyeuses, conduisent au verbalisme. »

Dans son *dictionnaire*<sup>3</sup>, Paul Foulquié relève des sens identiques aux précédents en ajoutant toutefois l'idée de technique ou d'art d'enseigner ainsi que celle de l'étude des méthodes d'enseignement. Il rapporte aussi un propos de Maurice Debesse pour qui « la pédagogie moderne considère la didactique tout au plus comme un pis-aller parce qu'elle s'appuie surtout sur les mécanismes d'enregistrement mnémique, au lieu de favoriser l'assimilation du savoir par le travail de découverte et de création. » Foulquié identifie quatre usages du substantif féminin didactique :

| <i>Didactique générale</i>  | <i>Didactique spéciale</i>  |
|---|---|
| Elle concerne les diverses manières d'enseigner : cours magistraux, leçons dialoguées, travaux pratiques individuels ou collectifs, utilisation de manuels, ... | Elle se caractérise par son adaptation aux diverses disciplines : lecture et écriture, calcul et mathématiques, langues, histoire et géographie,... |
| <i>Didactique empirique</i>   | <i>Didactique expérimentale</i>   |
| Bien que fondée sur l'expérience, elle s'en tient à l'expérience acquise par l'utilisation successive de procédés différents.                                   | Elle se fonde sur les expériences effectuées dans le but de comparer le rendement relatif de ces procédés.  |

André Lalande dans son *vocabulaire*<sup>4</sup> n'aborde que le substantif féminin « DIDACTIQUE : partie de la pédagogie qui a pour objet l'enseignement. »

Le dictionnaire Le Grand Robert de 1986 définit la didactique comme « théorie et méthode de l'enseignement. ». Il introduit aussi la référence à l'usage du terme didactique dans le domaine de la psychanalyse. « Analyse didactique, psychanalyse didactique : analyse d'une personne qui se destine à être psychanalyste. »

Aujourd'hui, comme nous le verrons tout au long de cet ouvrage, l'adjectif didactique détermine une partie des termes du lexique de la didactique des mathématiques : situation didactique, variable didactique contrat didactique, transposition didactique, ingénierie didactique pour n'en citer que quelques uns.

Essayons d'avancer vers une définition un peu plus précise de la didactique des mathématiques quand elle se constitue en discipline scientifique. Une caractérisation de ce champ disciplinaire nouveau doit prendre en considération ce que Gérard Vergnaud<sup>5</sup> exprime clairement en disant qu'il *faut écarter tout schéma réductionniste : la didactique n'est réductible ni à la connaissance d'une discipline, ni à la psychologie, ni à la pédagogie, ni à l'histoire, ni à l'épistémologie. Elle suppose tout cela, elle ne s'y réduit pas ; elle a son*

<sup>2</sup> Leif, J., (1974) *Philosophie de l'éducation : vocabulaire technique et critique de la pédagogie et des sciences de l'éducation* Paris : Delagrave (p. 78)

<sup>3</sup> Foulquié, P., (1971) *Dictionnaire de la langue pédagogique*. Paris : PUF (p.126-127)

<sup>4</sup> Lalande A. (1926, 1991) *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*. Paris :PUF (p.229)

<sup>5</sup> Vergnaud G. (1978) in *Revue Française de Pédagogie* n° 45.

*identité, ses problèmes, ses méthodes. C'est maintenant un point acquis pour les chercheurs qui se sont engagés dans cette voie.*

De là nous proposons de considérer la didactique des mathématiques comme un cadre théorique d'étude des processus de communication, de diffusion et d'acquisition des connaissances et des compétences mathématiques, notamment en situation formelle de formation scolaire, universitaire ou professionnelle, qui ne peut être réduite à la seule connaissance de la discipline des mathématiques. Un but est de pouvoir décrire, comprendre et expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre l'enseignement des mathématiques et leur apprentissage. À terme, on peut penser que les connaissances ainsi scientifiquement produites puissent contribuer à l'amélioration des méthodes d'enseignement pour aider l'apprenant à acquérir un savoir mathématique évolutif et fonctionnel, et à développer des compétences qui lui permettent de résoudre des problèmes de mathématiques de plus en plus complexes jusque dans la vie quotidienne et même de les construire.

**Pour aller plus loin**, nous avons fourni des références d'articles qui donneront à voir plus précisément l'objet et les méthodes de la didactique des mathématiques en tant que discipline scientifique. Par ailleurs tout long des chapitres de cet ouvrage, nous abordons les principaux concepts de la didactique des mathématiques en relation aux problèmes d'enseignement-apprentissage posés.

## Racines historiques de la didactique des mathématiques

Il est clair que le développement de la didactique des mathématiques est à replacer dans une histoire de l'enseignement des mathématiques. Pour que des préoccupations surgissent, il y a fort à parier sur la nécessité que les sociétés aient, en premier lieu, institué un enseignement de mathématiques et que cet enseignement ait impliqué un nombre d'individus dépassant une masse critique. Dans ce sens, Georges Glaeser dans [In-7] *Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques*, a recherché au travers des documents divers tels que des romans, des témoignages, des iconographies, des ouvrages de mathématiques, etc., à repérer l'apparition d'un enseignement de mathématiques mais surtout tenter de comprendre et d'explicitier comment cet enseignement était réellement organisé. Il introduit cette perspective de la façon suivante :

« Lors d'une conférence prononcée au congrès mondial d'Exeter sur l'enseignement des mathématiques, René Thom déclarait à propos de l'enseignement de la mathématique : *“Le souci d'enseigner la mathématique d'une façon heuristique ne date pas d'hier. Il est directement issu de la pédagogie de Rousseau, et sans exagération l'on peut dire que les éducateurs modernes pourraient s'inspirer de la pédagogie heuristique développée dans la leçon que Socrate donne au petit esclave dans la “Menon”* [In-9] Si nous rapportons ce propos, c'est qu'il reflète un état d'esprit encore fort répandu que l'on retrouve aussi au travers de lieux communs tels que : *“ On n'apprend pas à enseigner, c'est un art et la pédagogie ne peut être une science... Et s'il y a quelque chose à dire, cela l'a été depuis longtemps ”*. Et faute de citer ici Aristote, Hippocrate ou Gallien, on se contente de recueillir auprès d'éminentes personnalités (en) affirmant que Platon, Rousseau ou Comenius ont épuisé la question depuis longtemps. C'est en tournant le dos à ce Moyen-Age-là, que je me suis engagé dans l'élaboration d'une didactique scientifique des mathématiques. »

En poursuivant l'idée de Georges Glaeser, il nous faut rappeler que nous devons prendre des précautions quand nous retrouvons dans les écrits les mots comme *école, écoliers, maître, livre, lecture, mathématiques, calcul*, etc., qui nous sont familiers. Ils peuvent constituer de redoutables pièges d'interprétation en ce qu'ils peuvent ne pas désigner la même réalité que celle que nous vivons. Les documents iconiques : images ou tableaux picturaux peuvent donner à voir un aspect d'une réalité passée que nous ne renvoyent pas les mots.

Dans les années 70, lors de ses recherches sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, Jean-Claude Régnier [In-10] avait découvert dans les Archives départementales de Saône et Loire les traces d'un concours de recrutement de maître d'école à Bourbourg dans le Nord rapporté par un document de Fontaine de Rebecq<sup>6</sup> en 1878. Il semblait qu'à Bourbourg, les maîtres d'école étaient nommés par le Magistrat, à la suite d'un concours. Il est alors dit que les archives de cette ville possédaient encore les compositions d'un concours passé en 1764 par quatorze candidats. Le concours était constitué de deux dictées : l'une en langue française, l'autre en langue flamande, d'une page d'écriture et des épreuves de mathématiques.

Voici les contenus de ces épreuves que les candidats ont eu à affronter.

---

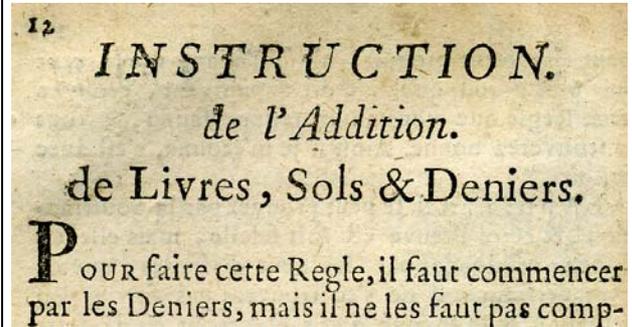
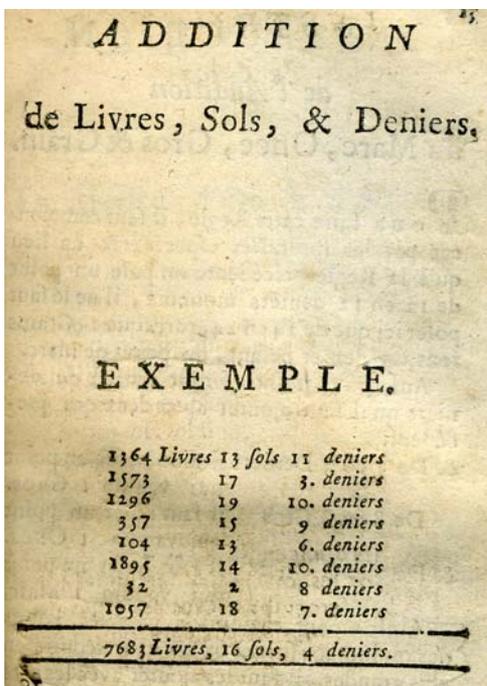
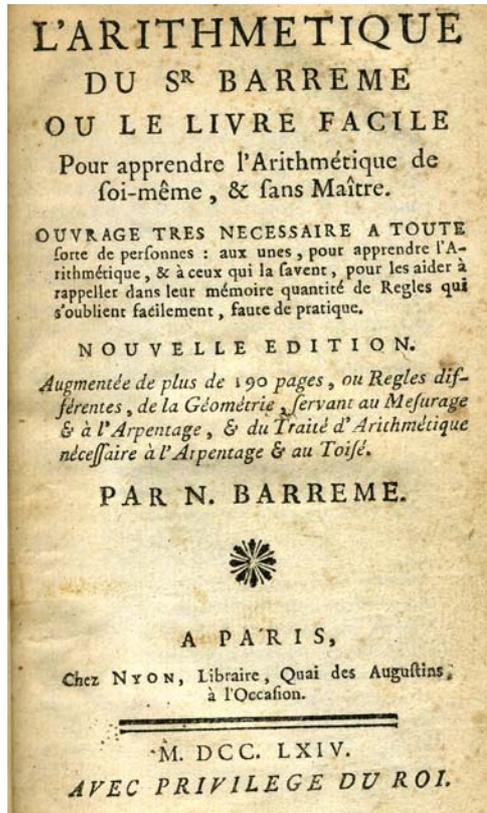
<sup>6</sup> Fontaine de Rebecq (1878) *L'histoire de l'enseignement primaire avant 1789 dans les Communes qui ont formé le département du Nord*. Lille : L. Qarré, Paris : H. Champion

|   |   |
|---|---|
| <b>Addition.</b>  | <b>Multiplication.</b>                        |
| $  \begin{array}{r}  4,233 \text{ liv. } 18 \text{ s. } 9 \\  14,600 \quad 19 \quad 4 \\  175 \quad 3 \quad 9 \\  9,599 \quad 17 \quad 11 \\  27 \quad 12 \quad \bullet \\  1,664 \quad 13 \quad 9 \\  \hline  \dots\dots\dots \\  \hline  \hline  \end{array}  $               | $1,500 \times 1,100 = \dots$                  |
| 9 candidats sur 14 donnent un résultat exact  | 11 candidats sur 14 donnent un résultat exact |
| <b>Règle de trois</b>   |   |
| 45 livres coûtent 138 florins. Combien coûtèrent 70 livres ?  |   |
| 4 candidats sur 14 réalisent correctement la règle de proportionnalité, ici la règle de trois   |   |
| <b>Règle de Société.</b>  |   |
| Quatre particuliers se sont associés et ont mis en communauté, comme suit : le premier 3,490, le deuxième 7,730, le troisième 5,450 et le quatrième 1,080 livres, ils font un bénéfice de 4,589 livres ; combien en revient-ils à chacun d'eux, proportionnellement à sa mise ? |   |
| 2 candidats sur 14 réalisent seulement correctement la règle de proportionnalité  |   |

Dans les notations françaises usuelles actuelles, nous utilisons la *virgule* pour l'écriture des nombres décimaux et le *point* comme séparateur dans l'écriture des nombres entiers. Ainsi dans le codage actuel 7,730 serait lu oralement « sept *virgule* sept cent trente ». Dans le codage utilisé dans les énoncés des problèmes de l'épreuve, il s'agit du nombre « sept mille sept cent trente ». Actuellement il serait écrit 7.730 avec un *point* comme séparateur. Dans la notation anglo-saxonne à l'instar de ce qui est en usage sur les calculettes, ce sont les signes *point* décimal et *virgule* séparatrice qui sont utilisés comme au XIX<sup>ème</sup> siècle.

Nous pouvons nous intéresser aux ressources auxquelles un candidat avait pu avoir recours à cette époque. En 1764, nous trouvons, par exemple, une édition posthume de l'*Arithmétique* du Sieur Barreme<sup>7</sup> publiée chez Nyon à Paris.

<sup>7</sup> François Barreme (Tarascon 1638 ou Lyon 1640 ; Paris 1703) mathématicien, son patronyme est à l'origine de nom commun : barème.



-ter tous à la fois comme plusieurs enseignent. Il faut seulement de 12 en 12 deniers poser un point à côté, qui marquera 1 Sol : autant de points seront autant de Sols qu'il faut retenir, et qu'il faut ajouter aux Sols qui précèdent : et s'il reste quelques deniers comme à celle-ci il en reste 4, il faut les écrire au bas comme vous voyez à la page (ci-contre).

Après retenant les 5 sols provenus des deniers, et marqués par les 5 points, il les faut ajouter avec les sols de la prochaine colonne et vous trouverez 46 sols : il faut poser 6 sols en bas et retenir les 4 dizaines pour les joindre avec les 7 qui devancent et feront 11 dizaines ou 11 fois 10 sols dont la moitié est 5 livres et 10 sols ; pour les 10 sols vous poserez 1 devant les 6 sols et retiendrez 5 livres, pour les ajouter à la prochaine colonne des Livres, et en observant l'enseignement des Livres seules, (feuillet 8) vous trouverez que la somme de votre Addition montera.

*Sept mille six cens quatre-vingt-trois livres, seize sols, quatre deniers.*

(Source : Archives privées Jean-Claude Régnier)

Examinons maintenant l'énoncé portant sur la règle de trois.

|  |  |
|--|--|
| <p style="text-align: center;">DE LA<br/>REGLE<br/>DE TROIS<br/>ET DE SES UTILITÉS.</p> <p>CETTE Règle s'appelle ordinairement REGLE DE TROIS à cause qu'elle est composée de trois Nombres ; mais pour la nommer de son</p> | <p>155 Par elle on propose des questions, on les résout, et on tire des conséquences plus assurées et plus solides que celles de la Philosophie : nos conséquences sont si certaines et nos preuves si véritables, qu'il n'est pas permis d'en douter, à moins que de renoncer au sens commun.</p> <p style="text-align: center;"><i>Voilà pour former la Règle :<br/>&amp; voici pour la faire.</i></p> <p>La Règle de Trois est fort facile , pourvu</p> |
| <p>vrai nom, il la faudrait appeler LA REGLE DE RAISON, parce que les propositions y sont raisonnées et résolues par des démonstrations convaincantes.</p>   | <p>qu'on sache bien la Multiplication et la Division ; car ordinairement il n'y a qu'une Multiplication et une Division à faire.</p> <p>Pour la faire, multipliez seulement les <i>deux derniers nombres</i> ensemble et divisez ce qui viendra par <i>le premier</i>, et votre Règle sera faite.</p> <p style="text-align: right;"><b>APPLICATIONS</b></p> <p>(Source : Archives privées Jean-Claude Régnier)</p>   |

Quant à la procédure de résolution du problème portant sur la Règle des sociétés, elle est abordée dans un chapitre consacré aux Règles de Compagnie financière.

358

**Premiere REGLE DE COMPAGNIE**  
Pour les Financiers.

Six Financiers font société sur la Livre de 20 f.  
& veulent favoir de combien ils doivent chacun  
faire leurs avances pour former le fonds de  
864000 liv. & ce à proportion de ce qu'ils desi-  
rent être sur la Livre ; favoir,

|                      |                                      |   |                  |                           |
|----------------------|--------------------------------------|---|------------------|---------------------------|
| le 1 y veut être     | } doit fournir des<br>864000 livres. | { |                  |                           |
| pour 4 f. 6 d.       |                                      |   | le 1—194400 liv. |                           |
| le 2 pour 3 f. 11 d. |                                      |   | le 2—169200 liv. |                           |
| le 3 pour 3 f. 10 d. |                                      |   | le 3—165600 liv. |                           |
| le 4 pour 3 f. 4 d.  |                                      |   | le 4—144000 liv. |                           |
| le 5 pour 2 f. 9 d.  |                                      |   | le 5—118800 liv. |                           |
| le 6 pour 1 f. 8 d.  | le 6—72000 liv.                      |   |                  |                           |
| <hr/>                |                                      |   |                  |                           |
| fonds de 20 f.       |                                      |   |                  | premier fonds 864000 liv. |

**R E G L E.**

*Pour le premier Associé.*

|       |  |
|-------|--|
|       | 864000 liv.  |
| par   | 4 f. 6 d. qu'il a dans la Livre.                       |
| <hr/> |  |
|       | 3456000 f.   |
|       | 432000 f.  |
| <hr/> |  |
|       | 3888000 f.   |
| <hr/> |  |
|       | 194400 liv. Finances du premier ;<br>ainsi des autres. |

(Source : Archives privées Jean-Claude Régnier)

Dans [In-11], Jean-Claude Régnier a rapporté et analysé l'approche de l'enseignement du comptage fondé sur le boulier-numérateur tel que Marie Pape-Carpantier le concevait au XIX<sup>ème</sup> siècle pour l'école maternelle.

Nous avons ainsi posé des éléments à la fois d'ordre historique, épistémologique et éducationnel qui permettent d'entendre dans quelles conditions historico-socio-culturelles a émergé le courant français de la didactique des mathématiques en France. La didactique des mathématiques est alors vue en simplifiant comme *une science des conditions spécifiques de l'acquisition provoquée des connaissances mathématiques*. [In-3].

## Pour aller plus loin...

- [In-1] **Brousseau G.** (1986) *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques* Thèse de doctorat d'état. Université Bordeaux1
- [In-2] **Brousseau G.** (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques *Revue RDM*, (Vol 7-2, pp. 33-115) Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions
- [In-3] **Brousseau G.** (1994) Perspectives pour la didactique des mathématiques. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, M. Artigue, & al. (Eds) Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions, (pp.51-66)
- [In-4] **Brousseau G.** (1998) *Théorie des situations didactiques*, N. Balacheff, et al. (Eds) Grenoble : La Pensée Sauvage
- [In-5] **Brun J.** (1994) Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, M. Artigue, & al. (Eds) Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions, (pp.67-83)
- [In-6] **Rouchier A.** (1994) Naissance et développement de la didactique des mathématiques. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, M. Artigue, & al. (Eds) Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions, (pp.148-160)
- [In-7] **Glaeser G.** (1999) *Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques*, B. Blochs, et JC Régnier (Eds) Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions,
- [In-8] **Régnier, JC, Perrier F.**, (2002) *La didactique des mathématiques au travers d'un récit de vie. Entretiens avec Georges Glaeser*. Strasbourg : I.R.E.M. ISBN 2-911446-19-4
- [In-9] **Thom R.** (1976) Modern mathematics: does it exist? in *Developments in mathematical education*. Cambridge University Press
- [In-10] **Régnier, JC**, (1979) *Contribution à la recherche sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques*, Strasbourg: I.R.E.M.
- [In-11] **Régnier, JC**, (2003) Le Boulier-Numérateur de Marie Pape-Carpantier *Bulletin de l'APMEP* n°447 (pp.457-47)
- [In-12] **Kahane J-P.**,(dir.) (2002) *L'enseignement des sciences mathématiques* Rapport au Ministre de l'Éducation nationale. Paris : CNDP & Odile Jacob.
- [In-13] **Bouvier A.**,(dir.) (1986) *Didactique des mathématiques. Le dire et le faire*. Paris : CEDIC/Nathan ISBN : 2-7124-0165-4
- [In-14] **Walunsinki G.** (1970) *Pourquoi une mathématique moderne ?*. Paris : Armand Colin
- [In-15] **Portugais J.** (1995) *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Berne : Peter Lang