DICTIONNAIRE

DE

PHYSIQUE

PORTATIF;

Contenant les découvertes les plus intéreſſantes de Deſcartes & de Nevvton, & les Traités de Mathématique néceſſaires à ceux qui veulent étudier avec ſuccès la Phyſique moderne.

TROISIEME ÉDITION.

Avec Figures.

Par l'Auteur du grand Dictionnaire de Phyſique.

TOME SECOND.

A AVIGNON,

Chez la Veuve GIRARD & FRANÇOIS SEGUIN, Impr. Libraires, à la Place S. Didier.

M. DCC. LXVII.

Avec Permiſſion des Supérieurs.

nomme *fiel* ; il eſt placé à droite, & il eſt attaché au diaphragme dont il modére les mouvemens par ſa peſanteur.

FOYER. L'on nomme *Foyer* l'endroit où ſe réuniſſent les rayons de lumière. Les verres convexes & les miroirs concaves ont leur foyer, comme nous l'avons expliqué dans la Dioptrique & dans la Catoptrique.

FRACTION. On appelle *Fraction* deux chiffres l'un ſur l'autre, ſéparés par une ligne ; ces deux chiffres ſignifient une, ou pluſieurs parties de l'unité, Ainſi $\frac{1}{4}$ ſignifie un quart. Le chiffre ſupérieur ſe nomme *numérateur* & l'inférieur *dénominateur*. Comme les fractions ſe rencontrent, pour ainſi dire, à chaque pas dans tous les livres de Phyſique, le Lecteur ſera bien aiſe d'en trouver ici les régles ; nous ſuppoſons qu'il n'ignore pas celles de l'Arithmétique ordinaire.

Première Régle. *Réduire les Fractions à une même dénomination.*

Exemple.

A	B
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
C	D
$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$

Explication. Pour réduire la fraction A & la fraction B à une même dénomination, ſans changer leur valeur ; il faut multiplier les deux termes de la fraction A par le dénominateur de la fraction B, & l'on aura la fraction C ; il faut auſſi multiplier les deux termes de la fraction B par le dénominateur de la fraction A, & l'on aura la fraction D ; or la fraction C & la fraction D ont toutes les deux 12 pour dénominateur & repréſentent la même valeur que la fraction A & la fraction B ; donc la fraction A & la fraction B ont été réduites à une même dénomination.

Remarquez que ſi l'on vouloit réduire à une même dénomination un nombre entier & une fraction, par-exemple, 3 & $\frac{2}{5}$, il faudroit commencer par réduire 3 en fraction en mettant 1 deſſous, & il faudroit enſuite opérer ſelon la méthode précédente. Ainſi $\frac{3}{1}$ & $\frac{2}{5}$ réduits à un même dénominateur, vous donneront $\frac{15}{5}$ & $\frac{2}{5}$

Seconde Régle. *Additionner des fractions.*

Exemple.

$$A = \frac{2}{3} \qquad B = \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{10}{15} \qquad D = \frac{9}{15}$$

$$E = \frac{19}{15}$$

Explication. Pour additionner les fractions A & B, il faut d'abord les réduire à un même dénominateur, & l'on aura les fractions C & D ; il faut ensuite additionner les deux numérateurs des fractions C & D, sans changer leur dénominateur, & l'on aura la fraction E qui représentera la somme totale des fractions A & B additionnées ensemble.

Troisieme Regle. *Soustraire une fraction d'une autre.*

Exemple.

$$A = \frac{3}{4} \qquad B = \frac{2}{3}$$

$$C = \frac{9}{12} \qquad D = \frac{8}{12}$$

$$E = \frac{1}{12}$$

Explication. Pour soustraire la fraction B de la fraction A, réduisez d'abord ces deux fractions à un même dénominateur, & vous aurez les fractions C & D ; ôtez ensuite le numérateur de la fraction D, du numérateur de la fraction C, & le restant vous donnera ce que vous cherchez, c'est-à-dire, la fraction E.

Quatrième Régle. *Multiplier une fraction par une autre.*

Exemple.

$$A = \frac{2}{3} \qquad B = \frac{1}{2}$$

$$C = \frac{2}{6}$$

Explication. Pour avoir la fraction C, c'est-à-dire, pour avoir le produit de la fraction A par la fraction B, l'on a multiplié les numérateurs l'un par l'autre & les dénominateurs l'un par l'autre, & l'on a eu $\frac{2}{6}$ c'est-à-dire, $\frac{1}{3}$.

L'on sera d'abord surpris que le produit $\frac{2}{6}$ soit plus petit que le multiplicande $\frac{2}{3}$; mais la surprise cessera si l'on se rappelle que dans toute multiplication le produit est toujours égal à la somme du multiplicande pris autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur ; or dans le multiplicateur B l'unité ne s'y trouve qu'une demi-fois ; donc le produit C ne doit être que la moitié du multiplicande A, c'est-à-dire, ne doit être que $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.

Mais, *dira-t-on*, deux tiers de sol valent 8 deniers, & la moitié d'un sol vaut 6 deniers. Si je multiplie 8 deniers par 6 deniers, j'aurai pour produit 48 deniers; pourquoi donc, en multipliant $\frac{2}{3}$ de sol par $\frac{1}{2}$ de sol, n'ai-je que $\frac{1}{3}$ de sol, ou 4 deniers.

Cette difficulté, tout-à-fait propre à embarrasser un commençant, n'est dans le fond qu'une vétille. Je n'ai, il est vrai, dans le cas proposé que le tiers d'un sol pour produit; mais c'est le tiers d'un sol quarré, s'il m'est permis de parler de la sorte, parce que par la multiplication toutes les mesures sont élevées au quarré; or le tiers d'un sol quarré vaut 48 deniers, puisqu'un sol quarré en vaut 144; donc dans le cas présent j'ai pour produit 48 deniers.

Cinquieme Régle. *Diviser une fraction par une autre.*

Exemple.

A	B
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$

C

$\frac{6}{4}$

Explication. Voulez-vous diviser la fraction A par la fraction B? multipliez d'abord le numérateur 3 de la fraction A par le dénominateur 2 de la fraction B; multipliez ensuite le numérateur 1 de la fraction B par le dénominateur 4 de la fraction A, & ces différentes multiplications vous donneront la fraction C qui est le quotient de la fraction A divisée par la fraction B.

Le quotient C paroîtra d'abord exorbitant. Mais que l'on se rappelle que la division est une opération dans laquelle l'unité est au quotient, comme le diviseur est au dividende; donc l'opération précédente n'est bonne, que parce que je puis dire, 1 est à la fraction C, comme la fraction B est à la fraction A; donc C doit valoir $\frac{6}{4}$ ou $1\frac{1}{2}$; donc le quotient C n'est pas un quotient exorbitant, car 1 est autant inférieur à $\frac{6}{4}$, que $\frac{1}{2}$ l'est à $\frac{3}{4}$.

Sixieme Régle. *Réduire une fraction à de moindres termes.*

Exemple.

A	B
$\frac{15}{25}$	$\frac{3}{5}$

Explication. Pour réduire la fraction A à de moindres termes, divisez par un même nombre, par exemple, par le nombre 5, son numérateur & son dénominateur, & de cette division il naîtra nécessairement la fraction B, laquelle, quoiqu'exprimée en de moindres termes, vous représentera cependant la même somme.

Corollaire. Il suit de-là qu'une fraction dont le numérateur & le dénominateur ne peuvent pas être divisés par le même nombre, ne sçauroit être réduite à de moindres termes.

REMARQUE.

On éléve à une puissance quelconque une fraction réduite, en élevant son numérateur & son dénominateur à la puissance demandée. La fraction $\frac{3}{4}$ a donc pour quarré $\frac{9}{16}$, & pour cube $\frac{27}{64}$. De même on tire d'une fraction réduite une racine quelconque, en tirant de son numérateur & de son dénominateur la racine demandée. La fraction $\frac{4}{16}$ a donc $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$ pour racine quarrée; & la fraction $\frac{8}{27}$ a $\frac{2}{3}$ pour racine cubique. Cherchez *Extraction*.

Fraction Décimale.

Les fractions décimales sont des fractions qui ont pour dénominateur les quantités 10, 100, 1000, 10000, &c. Voici ce qu'un Physicien ne sçauroit ignorer sur cet article. 1°. On n'écrit jamais le dénominateur de ces sortes de fractions; on sçait qu'il contient toujours autant de zero, qu'il y a de chiffres dans le numérateur de la fraction; on sçait encore que ces zero sont toujours précédés de l'unité; on sçait enfin que les premiers chiffres séparés des autres par une virgule sont des nombres entiers qui n'appartiennent pas à la fraction décimale. Ainsi 3, 42 signifie 3, $\frac{42}{100}$; 25, 243 signifie 25, $\frac{243}{1000}$; 0, 0042 signifie 0, $\frac{0042}{10000}$ ou bien, $\frac{42}{10000}$.

De tout cela concluez 1°. que lorsque la quantité commence par 0, & que ce 0 est séparé du reste par une virgule, comme vous venez de le voir dans le dernier des trois exemples précédents, la fraction décimale n'a aucun nombre entier.

2°. Que lorsque la fraction n'a qu'un chiffre, son dénominateur est 10; lorsqu'elle en a 2, il est 100; lorsqu'elle en a 3, il est 1000; lorsqu'elle en a 4, il est 10000, &c.

3°. Que les fractions dont il est parlé dans la table qui se trouve à la fin de l'article sur la *densité des corps*, sont des fractions décimales qui ont 1000 pour dénominateur.

DICTIONNAIRE
DE
PHYSIQUE
PORTATIF;

Contenant les découvertes les plus intéressantes de Descartes & de Newton, & les Traités de Mathématique nécessaires à ceux qui veulent étudier avec succès la Physique moderne.

NOUVELLE ÉDITION.

Avec Figures.

Par l'Auteur du grand Dictionnaire de Physique.

TOME SECOND.

A AVIGNON,

Chez la Veuve GIRARD & FRANÇOIS SEGUIN, Impr. Libraires, près la Place S. Didier.

M. DCC. LXIX.

Avec Permission des Supérieurs.

portionnelles aux quarrés des vîtesses ; en voici la preuve. La boule A à laquelle j'ai donné 3 livres de masse & 1 degré de vîtesse, n'auroit eu que 3 degrés de force ; la boule B qui joint 3 degrés de vîtesse à une masse d'une livre, auroit eu 9 degrés de force ; donc les boules A & B n'auroient pas eu, avant le choc, des forces égales, si les *forces vives* eussent été proportionnelles aux quarrés des vîtesses. Mais, de l'aveu de tous les Méchaniciens, les boules A & B ont, avant le choc, des forces égales ; donc les *forces vives* sont proportionnelles, non pas aux quarrés des vîtesses, mais aux simples vîtesses, lorsque les masses sont égales ; & elles sont proportionnelles aux produits des masses par les simples vîtesses, lorsque les masses sont inégales.

Tels sont les argumens qu'apporte contre les *forces vives* Mr. de Mairan dans sa dissertation dont nous avons donné l'analyse entiere dans un Ouvrage plus considérable que celui-ci. Ils sont assez convainquants pour nous faire conclure que la *force motrice* des corps n'est jamais en elle-même, ni dans ses effets, que proportionnelle à la simple vîtesse, c'est-à-dire, aux espaces parcourus divisés par le tems employé à les parcourir. Concluons encore que la distinction que l'on a voulu mettre entre les *forces vives* & les *forces mortes*, n'a servi qu'à jetter de l'obscurité & du doute sur une matiere d'elle-même très-claire & tout-à-fait incontestable.

FORME. Chaque corps a une forme qui lui vient de l'arrangement & de la configuration de ses parties sensibles & insensibles.

FOSSILES. Tout ce que l'on tire du sein de la terre peut s'appeller *fossile*. Les métaux & les pierres précieuses tiennent le premier rang parmi les fossiles.

FOIE. Le foie est un composé de différentes glandes propres à séparer d'avec le sang une liqueur acide & jaunâtre que l'on nomme *Bile* ; aussi est-il toujours joint à une petite vessie remplie d'une bile très-amere que l'on nomme *fiel* ; il est placé à droite, & il est attaché au diaphragme dont il modére les mouvemens par sa pesanteur.

FOYER. L'on nomme *Foyer* l'endroit où se réunissent les rayons de lumiere. Les verres convexes & les miroirs concaves ont leur foyer, comme nous l'avons expliqué dans la Dioptrique & dans la Catoptrique.

FRACTION. On appelle *fraction* deux chiffres l'un sur l'autre, séparés par une ligne ; ces deux chiffres signifient une, ou plusieurs parties de l'unité, Ainsi $\frac{1}{2}$ signifie un quart. Le chiffre supérieur se nomme *numérateur* & l'inférieur *dénominateur*. Comme les fractions se rencontrent, pour ainsi dire, à chaque pas dans tous les livres de Physique, le Lecteur sera bien aise d'en trouver ici les regles ; nous supposons qu'il n'ignore pas celles de l'Arithmétique ordinaire.

Ire. Regle. *Réduire les Fractions à une même dénomination.*

Exemple.

A	B
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
C	D
$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$

Explication. Pour réduire la fraction A & la fraction B à une même dénomination, sans changer leur valeur ; il faut multiplier les deux termes de la fraction A par le dénominateur de la fraction B, & l'on aura la fraction C ; il faut aussi multiplier les deux termes de la fraction B par le dénominateur de la fraction A, & l'on aura la fraction D ; or la fraction C & la fraction D ont toutes les deux 12 pour dénominateur & représentent la même valeur que la fraction A & la fraction B ; donc la fraction A & la fraction B ont été réduites à une même dénomination.

Remarquez que si l'on vouloit réduire à une même dénomination un nombre entier & une fraction, *par exemple*, 3 & $\frac{2}{5}$, il faudroit commencer par réduire 3 en fraction en mettant 1 dessous, & il faudroit ensuite opérer selon la méthode précédente. Ainsi $\frac{3}{1}$ & $\frac{2}{5}$ réduits à un même dénominateur, vous donneront $\frac{15}{5}$ & $\frac{2}{5}$.

Seconde Regle. *Additionner des fractions.*

Exemple.

A	B
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$
C	D
$\frac{10}{15}$	$\frac{9}{15}$
E	
$\frac{19}{15}$	

Explication. Pour additionner les fractions A & B, il faut d'abord les réduire à un même dénominateur, & l'on aura les fractions C & D ; il faut ensuite additionner les deux numérateurs des fractions C & D, sans changer leur dénominateur, & l'on aura la fraction E qui représentera la somme totale des fractions A & B additionnées ensemble.

Troisieme Regle. *Soustraire une fraction d'une autre.*

Exemple.

A	B
$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$
C	D
$\frac{9}{12}$	$\frac{8}{12}$
E	
1	

Explication. Pour soustraire la fraction B de la fraction A, réduisez d'abord ces deux fractions à un même dénominateur, & vous aurez les fractions C & D ; ôtez ensuite le numérateur de la fraction D, du numérateur de la fraction C, & le restant vous donnera ce que vous cherchez, c'est-à-dire, la fraction E.

Quatrieme Regle. *Multiplier une fraction par une autre.*

Exemple.

A	B
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
C	
$\frac{2}{6}$	

Explication. Pour avoir la fraction C, c'est-à-dire, pour avoir le produit de la fraction A par la fraction B, l'on a multiplié les numérateurs l'un par l'autre & les dénominateurs l'un par l'autre, & l'on a eu $\frac{2}{6}$ c'est-à-dire, $\frac{1}{3}$.

L'on sera d'abord surpris que le produit $\frac{1}{3}$ soit plus petit que le multiplicande $\frac{2}{3}$; mais la surprise cessera si l'on se rappelle que dans toute multiplication le produit est toujours égal à la somme du multiplicande pris autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur ; or dans le multiplicateur B l'unité ne s'y trouve qu'une demi-fois ; donc le produit C ne doit être que la moitié du multiplicande A, c'est-à-dire, ne doit être que $\frac{2}{6}$ ou $\frac{1}{3}$.

Mais, *dira-t-on*, deux tiers de sol valent 8 deniers ; & la moitié d'un sol vaut 6 deniers. Si je multiplie 8 deniers par 6 deniers, j'aurai pour produit 48 deniers ; pourquoi donc, en multipliant $\frac{2}{3}$ de sol par $\frac{1}{2}$ de sol, n'ai-je que $\frac{1}{3}$ de sol, ou 4 deniers.

Cette difficulté, tout-à-fait propre à embarrasser un commençant, n'est dans le fond qu'une vétille. Je n'ai, il est vrai, dans le cas proposé que le tiers d'un sol pour produit ; mais c'est le tiers d'un sol quarré, s'il m'est permis de parler de la sorte, parce que par la multiplication toutes les mesures sont élevées au quarré ; or le tiers d'un sol quarré vaut 48 deniers, puisqu'un sol quarré en vaut 144 ; donc dans le cas présent j'ai pour produit 48 deniers.

Cinquieme Regle. *Diviser une fraction par une autre.*

Exemple.

A	B
$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
C	
$\frac{6}{4}$	

Explication. Voulez-vous diviser la fraction A par la fraction B ? multipliez d'abord le numérateur 3 de la fraction A par le dénominateur 2 de la fraction B ; multipliez ensuite le numérateur 1 de la fraction B par le dénominateur 4 de la fraction A, & ces différentes multiplications vous donneront la fraction C qui est le quotient de la fraction A divisée par la fraction B.

Le quotient C paroîtra d'abord exorbitant. Mais que l'on se rappelle que la division est une opération dans laquelle l'unité est au quotient, comme le diviseur est au dividende ; donc l'opération précédente n'est bonne, que parce que je puis dire, 1 est à la fraction C, comme la fraction B est à la fraction A ; donc C doit valoir $\frac{6}{4}$ ou 1 $\frac{1}{2}$; donc le quotient

NOUVEAU TRAITÉ
D'ARITHMÉTIQUE
DÉCIMALE

CONTENANT TOUTES LES OPÉRATIONS ORDINAIRES DU CALCUL
LES FRACTIONS, L'EXTRACTION DES RACINES

LE SYSTÈME MÉTRIQUE

Divers problèmes sur le titre des monnaies, les changes, les principes pour mesurer les surfaces et la solidité des corps, etc.

ENRICHI D'UN GRAND NOMBRE DE PROBLÈMES A RÉSOUDRE
POUR SERVIR D'EXERCICE AUX ÉLÈVES

PAR F. P. B.

Approuvé par le Conseil de l'Instruction publique
le 6 décembre 1836

CHEZ LES ÉDITEURS

TOURS
ALFRED MAME & FILS
Libraires-Éditeurs

PARIS
CHARLES POUSSIELGUE
Rue Cassette, 15

FRACTIONS

* 112. Une FRACTION est une ou plusieurs parties de l'unité divisée en un nombre quelconque de parties égales.

Par exemple, si l'on partageait une ligne en 5 parties égales, chaque partie exprimerait une fraction de la ligne, et se nommerait un cinquième ; si l'on en prenait trois, on aurait trois cinquièmes, etc.

*113. On représente les fractions par deux nombres placés l'un au-dessous de l'autre, et séparés par un trait.

Un cinquième s'écrit $\frac{1}{5}$, trois cinquièmes s'écrivent $\frac{3}{5}$.

* 114. Pour lire une fraction, on lit d'abord le terme supérieur, puis le terme inférieur, en y ajoutant la terminaison *ième*. Sont exceptées les fractions dont le dénominateur est un des chiffres 2, 3, 4, qu'on lit : *demi, tiers, quart*.

$\frac{1}{5}$ se lit un cinquième ; $\frac{4}{5}$, quatre cinquièmes ; $\frac{7}{8}$, sept huitièmes ; $\frac{1}{2}$, un demi ; $\frac{2}{3}$, deux tiers ; $\frac{3}{4}$, trois quarts, etc.

* 115. Le terme supérieur d'une fraction se nomme NUMÉRATEUR (1), et le terme inférieur, DÉNOMINATEUR (2).

* 116. Le numérateur est le terme qui indique combien la fraction contient de parties de l'unité.

* 117. Le dénominateur est le terme qui indique le nom que portent les parties de l'unité, ou en combien de parties égales l'unité est divisée.

Soit la fraction $\frac{3}{4}$. Le numérateur 3 indique qu'on a 3 parties de l'unité ; le dénominateur 4 indique que ces parties sont des quarts, ou que l'unité est divisée en 4 parties égales.

* 118. On appelle expression fractionnaire toute valeur mise sous forme de fraction, lorsque le numérateur égale ou surpasse le dénominateur. *Ex.* : $\frac{3}{3}$ $\frac{9}{7}$.

---

*112. *Qu'est-ce qu'une fraction ?* — *113. *Comment représente-t-on les fractions ?* — *114. *Comment lit-on une fraction ?* — *115. *Comment nomme-t-on les deux termes d'une fraction ?* — *116. *Qu'est-ce que le numérateur ?* — * 117. *Qu'est-ce que le dénominateur ?* — * 118. *Qu'appelle-t-on expression fractionnaire ?*

(1) Le mot numérateur signifie compter, il compte combien la fraction a de parties de l'unité.

(2) Le mot dénominateur signifie nommer, désigner, parce qu'il indique le nom que portent les parties de l'unité.

ÉLÉMENS D'ARITHMÉTIQUE

PAR

M. BOURDON,

CHEVALIER DE L'ORDRE ROYAL DE LA LÉGION-D'HONNEUR, INSPECTEUR GÉNÉRAL DES ÉTUDES, EXAMINATEUR POUR L'ADMISSION AUX ÉCOLES ROYALES POLYTECHNIQUE, MILITAIRE, DE LA MARINE, FORESTIÈRE, etc.; MEMBRE DE LA SOCIÉTÉ PHILOMATIQUE DE PARIS, DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DES SCIENCES, ARTS ET AGRICULTURE DE LILLE, etc.

OUVRAGE ADOPTÉ PAR L'UNIVERSITÉ.

QUINZIÈME ÉDITION.

Revue, corrigée et augmentée.

PARIS,

BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DU BUREAU DES LONGITUDES, etc.,

QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

1837

le quotient par un certain nombre, le second changement rend le résultat le même nombre de fois plus petit ou plus grand, et qu'ainsi il y a compensation.

CHAPITRE II.

Des Fractions.

44. On a déjà vu (nos 1 et 8) ce que c'est qu'une fraction, et quelle idée on doit s'en former. On distingue toujours deux termes dans une fraction, le *dénominateur* et le *numérateur*. Le dénominateur indique *en combien de parties égales l'unité est divisée,* et le numérateur, *combien on prend de ces parties;* l'ensemble des parties que l'on prend constitue la fraction.

Ainsi, dans la fraction $\frac{3}{4}$, qu'on énonce *trois quarts*, 4 est le dénominateur et indique que l'unité est divisée en 4 parties égales; 3 est le numérateur et indique qu'on prend 3 de ces parties. De même la fraction $\frac{11}{12}$, que l'on énonce *onze douzièmes*, exprime 11 parties de l'unité supposée divisée en 12 parties égales.

On a vu également (n° 42) qu'une fraction telle que $\frac{13}{15}$ est équivalente à la 15e partie du *tout* exprimé par 13; c'est-à-dire qu'*une fraction peut encore être considérée comme le quotient de son numérateur divisé par son dénominateur;* en sorte que *treize fois le quinzième* de l'unité, ou *treize quinzièmes,* et la *quinzième* partie de *treize,* ou *treize divisé par quinze,* sont des expressions identiques.

45. De la définition que nous venons de donner du numérateur et du dénominateur, il résulte évidemment les conséquences suivantes :

1°. *Si,* sans altérer le dénominateur d'une fraction, *on multiplie ou divise son numérateur par un nombre, la nouvelle fraction sera ce nombre de fois plus grande ou plus petite que la première.*

En effet, lorsqu'on multiplie le numérateur par 2, 3, 4..., on indique par là qu'on prend 2, 3, 4.... fois plus de parties; et, comme les parties sont les mêmes, la nouvelle fraction est 2, 3, 4... fois plus grande. Ainsi, *soit la fraction* $\frac{6}{25}$; il est clair que $\frac{12}{25}$, $\frac{18}{25}$, $\frac{24}{25}$..., sont des fractions 2, 3, 4... fois plus grandes que la première.

Au contraire, en divisant le numérateur par 2, 3, 4..., on indique que l'on prend 2, 3, 4... fois moins de parties; donc, etc.... Ainsi, $\frac{3}{25}$, $\frac{2}{25}$, sont respectivement 2, 3 fois plus petits que $\frac{6}{25}$.

2°. *Si,* sans altérer le numérateur, *on multiplie ou divise le dénominateur d'une fraction par un nombre, on divise ou multiplie la fraction par ce nombre.*

En effet, lorsqu'on multiplie le dénominateur par 2, 3, 4..., on indique que l'unité est divisée en 2, 3, 4... fois plus de parties égales; les nouvelles parties sont donc 2, 3, 4... fois plus petites, et comme on prend toujours le même nombre de ces parties, il s'ensuit que la fraction résultante est 2, 3, 4... fois plus petite.

Au contraire, si l'on divise le dénominateur par 2, 3, 4..., l'unité se trouve divisée en 2, 3, 4... fois moins de parties égales; les nouvelles parties sont donc 2, 3, 4... fois plus grandes; et comme on en prend toujours le même nombre, il s'ensuit que la fraction résultante est 2, 3, 4... fois plus grande que la première.

3°. *On ne change point la valeur d'une fraction en multipliant ou divisant ses deux termes par un même nombre.*

En effet, il résulte des deux premiers principes, que l'effet de

$\frac{55}{60}$, dont la dernière se forme en multipliant par 5 les deux termes 11 et 12 de la première, sont égales.

Comme réciproquement, on passe de la fraction $\frac{15}{24}$ à la fraction $\frac{5}{8}$, en prenant *le tiers* de chacun des termes de la première, et de la fraction $\frac{55}{60}$ à la fraction $\frac{11}{12}$, en prenant *le cinquième* des deux termes de la première, on peut conclure qu'*une fraction ne change pas de valeur lorsqu'on multiplie ou divise ses deux termes par un même nombre.*

Nous allons passer aux diverses opérations que l'on peut avoir à effectuer sur les fractions, dans la résolution d'une question dont les *données* sont des fractions ou des nombres fractionnaires. Mais avant d'exposer les quatre opérations fondamentales, il est nécessaire de faire connaître deux *transformations* d'un usage fréquent, *et particulières* au calcul des fractions.

Réduction des fractions à un même dénominateur.

47. Cette transformation a pour objet, *deux ou plusieurs fractions d'espèces différentes, ou de différens dénominateurs, étant données, de les réduire à la même espèce, ou au même dénominateur.* Or, le principe, qu'on ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant ses deux termes par un même nombre, fournit un moyen simple d'exécuter cette transformation.

Soient, par exemple, les fractions $\frac{3}{4}$ *et* $\frac{5}{7}$, *qu'il s'agit de réduire au même dénominateur.*

Si l'on multiplie les deux termes 3 et 4 de la première par 7, dénominateur de la seconde, et les deux termes 5 et 7 de la seconde par 4, dénominateur de la première, il vient $\frac{21}{28}$ et $\frac{20}{28}$ pour les deux fractions demandées.

l'opération exécutée sur le dénominateur, détruit l'effet de l'opération exécutée sur le numérateur, et qu'ainsi il y a compensation.

Par exemple, les fractions $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{12}{16}$, $\frac{15}{20}$...., sont toutes équivalentes à la fraction $\frac{3}{4}$, puisqu'elles résultent de la multiplication de chacun de ses deux termes par 2, 3, 4, 5.....

De même, la fraction $\frac{24}{36}$ est égale à chacune des fractions $\frac{12}{18}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{6}{9}$..., puisqu'on obtient ces dernières en divisant les deux termes de $\frac{24}{36}$ par 2, 3, 4....

Ces diverses propositions sont analogues aux principes établis (n° 43) sur la division des nombres entiers, et doivent par conséquent être regardées comme une extension des mêmes principes aux fractions.

46. Comme la troisième proposition est d'une application continuelle, nous croyons devoir en donner une démonstration directe et indépendante des deux premières.

Prenons pour exemple la fraction $\frac{5}{8}$, et multiplions par 3 les deux termes 5 et 8, ce qui donne $\frac{15}{24}$; je dis que cette dernière fraction est équivalente à la première.

En effet, l'unité principale étant d'abord divisée en *huit* parties égales, divisons chaque *huitième* en *trois* parties égales : l'unité se trouve ainsi divisée en *vingt-quatre* parties égales. Chaque *huitième* vaut donc trois *vingt-quatrièmes*, et cinq *huitièmes* valent cinq fois trois, ou quinze *vingt-quatrièmes*, c'est-à-dire que les fractions $\frac{5}{8}$ et $\frac{15}{24}$ ont absolument la même valeur.

On démontrerait de la même manière que les fractions $\frac{11}{12}$ et

TRAITÉ
D'ARITHMÉTIQUE

PAR

JOSEPH BERTRAND

MAITRE DE CONFÉRENCES A L'ÉCOLE NORMALE, EXAMINATEUR D'ADMISSION
A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

PARIS
LIBRAIRIE DE L. HACHETTE ET C^ie^
RUE PIERRE-SARRAZIN, N° 12
(Quartier de l'École de Médecine)

1849

CHAPITRE VIII.

THÉORIE DES FRACTIONS.

Définition des fractions.

132. Une grandeur étant divisée en parties égales, la réunion d'un certain nombre de ces parties se nomme une *fraction* de cette grandeur. Une fraction dépend du nombre des parties, dans lesquelles la grandeur a été partagée, que l'on nomme son *dénominateur*, et du nombre de celles qui ont été réunies, que l'on nomme son *numérateur*. Le numérateur et le dénominateur d'une fraction sont quelquefois appelés ses deux termes.

Pour écrire une fraction on écrit son numérateur au-dessus de son dénominateur et on les sépare par une barre horizontale; pour l'énoncer : On lit d'abord le numérateur et on ajoute le nom du dénominateur suivi de la terminaison *ième*.

Exemple $\frac{5}{7}$, lisez cinq septièmes.

Il y a exception pour les dénominateurs 2, 3, 4; au lieu de deuxième, troisième, quatrième, on dit demie, tiers, quart.

Lorsqu'une grandeur est une fraction de l'unité, cette fraction est le nombre qui la mesure. Ce nombre est abstrait lorsque l'on n'indique pas la nature de l'unité. Quand on opère sur des nombres abstraits, il faut entendre que l'unité à laquelle ils se rapportent n'est pas fixée, mais pourra l'être ultérieurement d'une manière quelconque.

133. Remarque I. La définition des fractions ne suppose pas que le dénominateur soit plus grand que le numérateur. Par exemple, $\frac{11}{3}$ est une fraction exprimant onze fois le tiers de l'unité.

134. Remarque II. On peut considérer les nombres entiers comme des fractions ayant pour dénominateur l'unité; par

exemple, 3 est égal à $\frac{3}{1}$; ces fractions ne sont pas d'ailleurs les seules par lesquelles on puisse représenter les nombres entiers. Par exemple, 2 est égal à $\frac{4}{2}$, ou à $\frac{6}{3}$.

Théorèmes relatifs aux fractions.

135. Théorème I. *Une fraction est égale au quotient de la division de son numérateur par son dénominateur.*

Par exemple, $\frac{15}{7}$ est le septième de 15 : ce septième, contient en effet, le septième de chacune des unités qui composent 15, c'est-à-dire, 15 fois $\frac{1}{7}$ ou $\frac{15}{7}$.

136. Remarque. Le théorème précédent permet d'exprimer le quotient de la division de deux nombres entiers. Soit, par exemple, 43 à diviser par 9, le quotient entier est 4 et le reste 7, c'est-à-dire que le neuvième de 43 se compose de 4 unités, plus du neuvième de 7, il est donc $4 + \frac{7}{9}$.

En général, *le quotient d'une division est égal au quotient entier, augmenté d'une fraction ayant pour numérateur le reste et pour dénominateur le diviseur.*

Quand une fraction est plus grande que l'unité, on peut, d'après cela, la réduire à un nombre entier augmenté d'une fraction moindre que l'unité.

Exemple. $\frac{23}{6}$ est égal à $14 + \frac{3}{6}$.

137. Remarque II. Une fraction étant égale au quotient de la division de son numérateur par son dénominateur, en la multipliant par son dénominateur, on obtiendra pour produit son numérateur.

Exemple. 7 fois $\frac{5}{7}$ font 5.

138. Théorème II. *Si l'on multiplie ou divise le numérateur d'une fraction par un nombre entier la fraction est multipliée ou divisée par ce nombre.*

En effet, le dénominateur restant le même, les parties de l'unité qui composent la fraction conservent la même valeur; si donc on en prend deux, trois, quatre .... fois plus, ou deux, trois, quatre .... fois moins, le résultat sera deux, trois, quatre .... fois plus grand, ou deux, trois, quatre .... fois moindre.

Exemple. $\frac{15}{7}$ est le triple de $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{7}$ est le tiers de $\frac{15}{7}$.

…nisè Debersée n° 96

En arithmétique, comprendre, c'est apprendre. COMPAYRÉ.

La théorie n'est bien comprise que lorsqu'elle est appliquée dans de très nombreux exercices pratiques.

LE DEUXIÈME LIVRE D'ARITHMÉTIQUE

des Écoles primaires
et des sections préparatoires des Écoles moyennes

(TROIS DERNIÈRES ANNÉES D'ÉTUDES)

Adopté par le Conseil de perfectionnement

MÉTHODE INTUITIVE & PRATIQUE
EN TROIS COURS PARALLÈLES
COMPRENANT LES MATIÈRES SUIVANTES :

1° Nombres entiers et nombres décimaux.	2° Système métrique et calcul des aires et des volumes.	Divisibilité fractions ordinaires règle de trois, etc.

Numération, calcul mental et calcul écrit marchant de pair.
Cours gradué de problèmes en rapport avec les exercices de calcul.

PAR

J. TOISOUL & E. WALLON
Instituteurs en chef à La Louvière

(VINGT-ET-UNIÈME TIRAGE)

NAMUR
LAMBERT-DE ROISIN
IMPRIMEUR
28, rue de l'Ange, 28

LIÈGE
B. CRAHAY, LIBRAIRE
9, rue de l'Université, 9

Les problèmes offrent peu de difficulté quand les enfants ne sont plus arrêtés par le mécanisme du calcul.

Procéder du connu à l'inconnu en attachant une importance capitale aux éléments.

l'on obtient le plus petit multiple commun des nombres proposés.

Exemple. — Soit à chercher le plus petit multiple commun des nombres 8, 12 et 15. En appliquant la règle, il vient :

$$\left.\begin{array}{l} 8 = 2 \times 2 \times 2 \\ 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 15 = 3 \times 5 \end{array}\right\} 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120.$$

Preuve. — 1° 120 est bien multiple de 8, de 12 et de 15, puisqu'il est égal à 15 fois 8, à 10 fois 12 et à 8 fois 15. — 2° C'est bien le plus petit multiple commun de ces nombres, car si l'on supprimait un des facteurs, 2, par exemple, on n'aurait plus que 60, qui n'est pas un multiple de 8.

Exercices.

1. — Énoncez la règle à suivre pour chercher le plus petit multiple commun : 1° de 6 et 32 ; 2° de 6, 9 et 12. Montrez l'exactitude de vos réponses.

2. — Cherchez, *oralement et par écrit,* le plus petit multiple commun des nombres suivants :

2 et 3	3 et 4	4 et 5	5 et 6	6 et 8	7 et 14
2 et 4	3 et 5	4 et 6	5 et 8	6 et 9	14 et 21
2 et 5	3 et 6	4 et 8	5 et 10	6 et 10	15 et 25
2 et 6	3 et 8	4 et 9	5 et 12	6 et 15	16 et 24
2 et 7	3 et 18	4 et 20	5 et 15	6 et 20	12 et 28
2 et 8	3 et 12	4 et 12	5 et 20	6 et 30	9 et 12
2 et 12	3 et 15	4 et 24	5 et 60	6 et 32	10 et 15

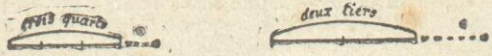
2 ; 3 et 4	3 ; 5 et 6	6 ; 9 et 12	2 ; 3 ; 4 et 6
2 ; 4 et 5	3 ; 4 et 8	7 ; 14 et 21	8 ; 10 ; 5 et 2
2 ; 5 et 6	3 ; 9 et 12	6 ; 7 et 12	2 ; 4 ; 8 et 12
2 ; 6 et 8	6 ; 8 et 12	4 ; 8 et 24	3 ; 6 ; 9 et 12
3 ; 6 et 8	4 ; 8 et 16	9 ; 12 et 18	3 ; 6 ; 8 et 10
4 ; 8 et 12	5 ; 10 et 15	8 ; 4 et 3	8 ; 9 ; 4 et 12
3 ; 8 et 9	10 ; 15 et 30	2 ; 6 et 7	3 ; 10 ; 15 et 25

N. B. **— Habituez-vous à donner immédiatement le plus petit multiple commun des nombres ci-dessus ; pour cela, faites plusieurs fois *oralement* les exercices qui précèdent.**

DES FRACTIONS ORDINAIRES.

207. — Origine. — Pour pouvoir apprécier des grandeurs moindres que l'unité, on a divisé celle-ci en parties égales. — Nous avons vu que les *fractions décimales* proviennent de la division de l'unité *en* 10, 100, 1000, etc., parties égales. — D'autres fractions, dites *fractions ordinaires*, proviennent de la division de l'unité en *un nombre quelconque* de parties égales.

208. — Formation.



Trois quarts **est une fraction ordinaire. Pour la former, nous avons fait les deux opérations suivantes : 1° nous avons divisé l'unité en 4 parties égales appelées quarts ; 2° nous avons pris 3 fois le quart de l'unité. De même la fraction ordinaire *deux tiers* indique qu'on a divisé l'unité en 3 parties égales appelées tiers et qu'on a pris 2 fois le tiers de l'unité. C'est d'une manière analogue qu'on formerait les fractions ordinaires *cinq huitièmes*, *sept neuvièmes*, etc. Il s'ensuit que pour former une fraction ordinaire, il faut : 1° diviser l'unité en *un nombre quelconque* de parties égales ; 2° prendre soit une fois soit plusieurs fois l'une de ces parties. — D'où la définition suivante :**

209. — Définition. — Une fraction ordinaire est une ou plusieurs des parties de l'unité qui a été divisée en parties égales.

210. — Dénomination. — En divisant l'unité en 2, en 3, en 4, en 5, en 6, etc., parties égales, on obtient des *demis*, des *tiers*, des *quarts*, des *cinquièmes*, des *sixièmes*, etc. En prenant *une* de ces parties, on a les fractions *un tiers*, *un quart*, *un cinquième*, *un sixième*, etc. En prenant *deux* parties, on obtient les fractions *deux demis*, *deux tiers*, *deux quarts*, etc., etc.

211. — Termes de la fraction. — Dans une fraction ordinaire, on distingue deux nombres : le *numérateur* et le *dénominateur*. — Le *dénominateur* indique combien de parties égales on a divisé l'unité. — Le *numérateur* indique combien l'on a pris de ces parties. — Le numérateur et le dénominateur sont appelés *les deux termes* de la fraction.

212. — Représentation. — Pour représenter une fraction ordinaire, on écrit le numérateur, puis le dénominateur en les séparant par un trait horizontal ou oblique.

Exemple : la fraction quatre cinquièmes s'écrit $\frac{4}{5}$ ou 4/5.

213.—LECTURE.—Pour lire une fraction ordinaire, on énonce d'abord le numérateur, puis le *nom* indiqué par le dénominateur

Exemple. — La fraction $\frac{6}{7}$ se lit *six septièmes*.

214. — REMARQUE. — En divisant 1 par 4 on obtient évidemment 1 quart. En divisant 3 par 4, on obtient 3 fois 1 quart ou 3 quarts, que l'on écrit $\frac{3}{4}$. Donc 3/4 = 3 : 4.

$$3 \text{ u.} : 4 = \frac{3}{4}$$

— On prouverait de même que $\frac{5}{6} = 5 : 6$, que $\frac{6}{11} = 6 : 11$. — D'où la remarque suivante :

Une fraction peut être considérée comme indiquant la division de son numérateur par son dénominateur (1).

Exercices.

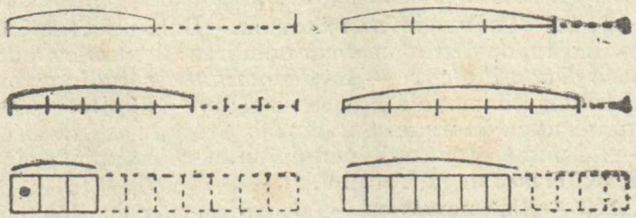
1. — Qu'a-t-on fait pour pouvoir apprécier des grandeurs moindres que l'unité ?

2. — D'où proviennent les fractions décimales ?

3. — D'où proviennent les fractions ordinaires ?

4. — Combien de choses faut-il faire pour former une fraction ordinaire ? Quelles sont-elles ?

5. — Quelles sont les fractions représentées ci-dessous graphiquement ? Comment les a-t-on formeés?



(1) Voir, nº 257 p. 224, la conversion d'une fraction ordinaire en fraction décimale équivalente.

Exemple. — La 1re fraction est 1/2. On l'a formée en divisant l'unité en 2 parties égales et en prenant une de ces parties.

6. — Représentez graphiquement les fractions 5/6, 4/5, 7/8, 7/10, 5/12, 8/15, 7/20, 9/10.

7. — Représentez graphiquement et écrivez en chiffres les fractions trois septièmes, neuf vingtièmes, sept quinzièmes, huit neuvièmes, deux onzièmes.

8. — Qu'indique le dénominateur des fractions 4/9, 7/15, 9/14, 11/20, 8/11, 9/13 ?

9. — Qu'indique le numérateur des mêmes fractions ?

10. — Qu'indique chacun des termes des fractions 5/7, 4/11, 8/15, 8/17, 4/15, 13/20, 17/20?

11. — Comment peut-on encore considérer les mêmes fractions ? (Voir nº **214**.)

Fractions comparées à l'unité.

215. — L'unité valant **4** quarts, il est évident : 1º que la fraction 3/4 ou **3** quarts est plus petite que l'unité ; — 2º que la fraction 4/4 ou **4** quarts est égale à l'unité ; — 3º que la fraction 7/4 ou **7** quarts est plus grande que l'unité.

Une fraction est *plus petite* que l'unité quand son numérateur est *plus petit* que son dénominateur. — Une fraction est *égale* à l'unité quand son numérateur est *égal* à son dénominateur. — Une fraction est *plus grande* que l'unité quand son numérateur est *plus grand* que son dénominateur.

216. — FRACTION PROPREMENT DITE ET EXPRESSION FRACTIONNAIRE. — Les fractions 3/4, 3/8, 7/12 sont plus petites que l'unité : ce sont des fractions proprement dites. — Les fractions 7/4, 8/3, 12/5 sont plus grandes que l'unité : ce sont des fractions impropres ou expressions fractionnaires.

Une fraction plus petite que l'unité s'appelle *fraction proprement dite.* — Une fraction plus grande que l'unité s'appelle *fraction impropre* ou *expression fractionnaire.*

217. — NOMBRE FRACTIONNAIRE. — $3\frac{1}{2}$ se compose du nombre entier 3 et de la fraction ordinaire $\frac{1}{2}$: c'est un nombre fractionnaire. — $4\frac{5}{7}$ et $8\frac{5}{6}$ sont aussi des nombres fractionnaires.

LIBRAIRIE ARMAND COLIN

ÉCOLES PRIMAIRES SUPÉRIEURES

(Programmes de 1920)

Leçons de Morale, par CH. ABDER HALDEN, 1 vol.

Lecture Expliquée, par A. MIRONNEAU et ED. ROYER. 1 vol.

Arithmétique, par MAURICE ROYER, 1 vol.

Algèbre, par ARMAND ERNST. 1 vol.

Compléments d'Algèbre, à l'usage des candidats aux Écoles nationales des Arts et Métiers et aux Écoles nationales professionnelles, par ARMAND ERNST. 1 vol.

Géométrie, par A. BÉCHÉ : *1^re année*, 1 vol.; *2^e année*, 1 vol.; *3^e année*, 1 vol.

Compléments de Géométrie, à l'usage des candidats aux Écoles nationales des Arts et Métiers et aux Écoles nationales professionnelles, par A. BÉCHÉ. 1 vol.

Sciences Naturelles, par G. COLOMB : *1^re année*, 1 vol.; *2^e année*, 1 vol.; *3^e année*, 1 vol.

ÉCOLES PRIMAIRES SUPÉRIEURES

(Programmes de 1920)

ARITHMÉTIQUE

par

MAURICE ROYER

Ancien élève de l'École normale supérieure de Saint-Cloud
Ancien professeur d'École primaire supérieure et d'École normale
Inspecteur de l'Enseignement primaire.

LIBRAIRIE ARMAND COLIN

103, Boulevard Saint-Michel, PARIS

1922

LIVRE III

FRACTIONS

CHAPITRE IX

FRACTIONS ORDINAIRES

217. — **Idée concrète.** — Partageons une galette en **8** *parties égales*, chaque portion est *un huitième de galette*. Si nous prenons **3** de ces morceaux, nous avons *trois* huitièmes de galette. Cela s'écrit $\frac{3}{8}$ *de galette*. On pourrait constituer des fragments composés de **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8** morceaux ou *huitièmes de galette*. On écrit $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, ... $\frac{8}{8}$ de galette.

L'expression $\frac{3}{8}$ est une *fraction*.

La fraction est une notation (nom ou signe écrit) indiquant qu'une grandeur ayant été partagée en un certain nombre de *parties égales* (ou *parties aliquotes*), on considère la portion de cette grandeur qui renferme une ou plusieurs de ces parties égales.

La fraction doit toujours être suivie du nom de la grandeur partagée, $\frac{3}{8}$ n'a pas de sens : on dira ici $\frac{3}{8}$ *de galette*.

Le nombre **8** qui indique en combien de parties égales la grandeur a été partagée est le **dénominateur** (qui nomme les parties) de la fraction.

Le nombre **3** qui marque combien on prend de ces parties égales est le **numérateur** (nombre des parties).

Le numérateur et le dénominateur sont les deux *termes* de la fraction.

218. — **Signe.** — On écrit le numérateur *sur* le dénominateur et on sépare par un trait.

On emploie parfois une autre écriture. Ex. :

dénom. num. $\frac{3}{8}$ ou 3/8, d'une manière générale $\frac{a}{b}$.

On *énonce* le numérateur d'abord, puis le dénominateur en le faisant suivre de l'expression *ième*. Ex. : trois huitièmes; *a.b.ièmes*.

Exceptionnellement pour les dénominateurs **2, 3, 4**, on dit *demi, tiers, quart*. Ex. : $\frac{2}{3}$, *deux tiers*. On dit aussi fréquemment **3** *sur* **8**; *a sur b*.

219. — **Mesure des grandeurs par les fractions.**

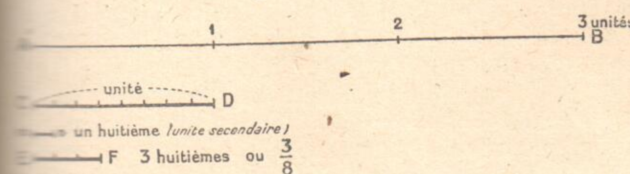


Fig. 20.

Soit une ligne CD (fig. 20) dont la longueur est l'*unité de longueur* (le mètre, par exemple).

La ligne AB contenant 3 unités (3 mètres) a *pour mesure le nombre* entier 3. La ligne EF < 1 ne peut pas être mesurée de la même façon. Partageons l'unité CD en 8 parties égales ou *parties aliquotes* de cette unité, chaque partie est *un huitième* (de mètre). Pour mesurer EF, prenons l'une de ces parties pour **nouvelle unité** de longueur. EF contenant **3** de ces parties a pour mesure le nombre 3. Pour qu'il n'y ait pas confusion sur l'unité employée, on dit **3** *huitièmes* (de mètre), et cela s'écrit $\frac{3}{8}$ de mètre. La fraction $\frac{3}{8}$ est **la mesure** de EF.

CD est *l'unité principale* de longueur, son *huitième m n* est *l'unité secondaire.*

Pour exprimer la mesure d'une longueur, il ne suffit donc pas d'indiquer le *nombre des unités secondai*res qu'elle contient, il faut aussi faire connaître la nat*ure* de l'unité secondaire : *tiers, quart, cinquième, sixième*, *etc.*, de l'*unité principale*.

On emploie pour cela deux nombres entiers (n° 21?, p. 172) : le *numérateur* indique le nombre des unités secondaires que contient la grandeur à mesurer; le *dénominateur* indique combien l'unité principale contient de ces unités secondaires.

Une ligne étant mesurée par la fraction $\frac{5}{7}$, cela signifie que l'unité de longueur a été partagée en **7** parties aliquotes ou *septièmes* et que la longueur à mesurer contient **5** de ces *septièmes* ou *unités secondaires*.

D'une manière générale, la fraction $\frac{a}{b}$ mesure une grandeur qui contient a unités secondaires, l'unité principale en contenant b : autrement dit a fois le b *ième* de l'unité principale.

220. — **Définition. — Une fraction est une notation qui indique combien une grandeur à mesurer contient de parties aliquotes de l'unité principale. La fraction indique d'ailleurs combien l'unité principale contient de ces unités secondaires.**

Il est essentiel de préciser toujours la nature de la *grandeur unité*. Il est bien certain par exemple que la fraction $\frac{3}{5}$ a des significations différentes lorsqu'on dit $\frac{3}{5}$ d'*une pomme*, $\frac{3}{5}$ d'*un héritage*, $\frac{3}{5}$ d'*un mètre*, $\frac{3}{5}$ du *prix d'achat* d'une marchandise ou $\frac{3}{5}$ *du prix de vente*.

221. — **Remarque.** — La notion de fraction s'applique à toutes les grandeurs que l'on peut diviser, au *moins par la pensée*, en un certain nombre de parties égales, ce sont généralement des grandeurs *continues* (une galette, un ruban ou sa longueur, l'eau d'une carafe

... peut supposée versée dans des verres égaux, etc.). — *Elle* ... *aux grandeurs discontinues dans le cas seulement où on peut* ... *les unités en collections égales*, on peut dire les $\frac{3}{4}$ d'un troupeau ... moutons, mais non d'un troupeau de **30** moutons

222. — **Autre signification de la fraction.** — La fraction $\frac{3}{5}$ exprime aussi bien les **3** *cinquièmes* de l'unité principale que le *cinquième* de **3** unités. Partageons ... pommes entre **5** enfants; chaque enfant aura le *cinquième de* **3** *pommes*. Pour l'obtenir, il suffit de partager chaque pomme en **5** parties et de remettre un morceau de chaque pomme à chaque enfant. Chaque enfant recevra ainsi **3** morceaux ou **3** *cinquièmes d'une pomme*.

EF renferme **3** fois **5** cinquièmes de l'unité (fig. 21) ou **5** fois **3** cinquièmes de l'unité (n° 72, p. 63), c'est-à-dire **5** fois CD.

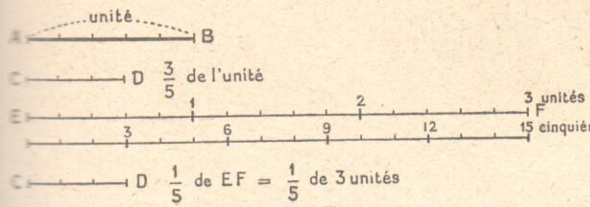


Fig. 21.

Comparaison des fractions.

On ne peut songer à comparer que des fractions *exprimées dans la même unité*. Si l'on demande de comparer par ex. : $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{7}$ sans rien ajouter, il est sous-entendu qu'il s'agit des $\frac{3}{4}$ ou des $\frac{5}{7}$ de la *même unité principale*. Il serait absurde de proposer la comparaison des $\frac{3}{4}$ de la *longueur* d'un ruban et des $\frac{5}{7}$ de son *prix*.

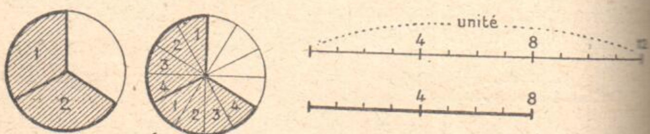
La comparaison des fractions se ramène donc à la comparaison des grandeurs.

223. — **Définitions.** — *Une fraction* $\frac{a}{b}$ *est dite* égale *à une deuxième fraction* $\frac{c}{d}$, *plus petite que* $\frac{c}{d}$ *ou plus grande, selon que* $\frac{a}{b}$ *mesure une* grandeur *égale, à la* grandeur *mesurée par* $\frac{c}{d}$, *une grandeur plus petite ou plus grande.*

Les propriétés suivantes sont intuitives.

224. — ***Égalité.***

Théorème. — Si l'on multiplie les deux termes d'une fraction par un même nombre, on obtient une fraction égale.



$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

Fig. 22

Pour partager une grandeur en **12** parties (fig. 22), on peut diviser d'abord en **3** parties (**3** tiers), puis diviser chaque tiers en **4** parties.
1 *tiers* contient **4** *douzièmes.*
2 *tiers* contiennent 4×2 ou 2×4 *douzièmes :* $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

225. — **Théorème. — Si l'on divise les deux termes d'une fraction par un même diviseur commun, on obtient une fraction égale.**

Ce théorème est une conséquence directe du précédent :

Si l'on a $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$

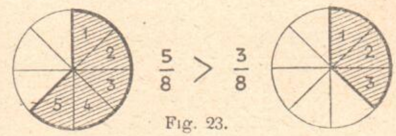
on déduit $\frac{8}{12} = \frac{8 : 4}{12 : 4} = \frac{2}{3}$

On énonce parfois ces propriétés comme il suit.
Une fraction ne change pas de valeur quand on multiplie (ou quand on divise) ses deux termes par un même nombre.
Cette propriété est à remarquer; elle établit qu'une même *grandeur*, mesurée avec la *même unité*, peut être représentée par *une infinité de fractions* (alors qu'à des nombres entiers différents correspondent des grandeurs différentes).

Inégalité.

226. — *Remarque fondamentale.* — Pour une même unité, plus on fait de parts, plus ces parts sont petites, ... de pomme est $< \frac{1}{3}$ de pomme.

227. — **Théorème. — Si deux fractions ont le même dénominateur, celle qui a le plus grand numérateur est la plus grande.**

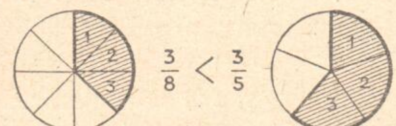


$\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$

Fig. 23.

Il suffit de remarquer que l'unité ayant été partagée en **8** parties la première grandeur qui contient **5** de ces unités secondaires est plus grande que la seconde qui n'en contient que **3** (fig. 23). Donc (n° 7, p. 4) $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$.

228. — **Théorème. — Si deux fractions ont le même numérateur, celle qui a le plus grand dénominateur est la plus petite.**



$\frac{3}{8} < \frac{3}{5}$

Fig. 24.

Les deux grandeurs représentées par $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{5}$ contiennent le même nombre d'unités secondaires; mais les *huitièmes* sont *plus petits que les cinquièmes*, donc 3 *huitièmes* $<$ 3 *cinquièmes* (fig. 24).

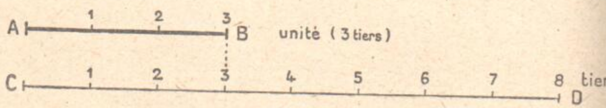
$$\frac{3}{8} < \frac{3}{5}.$$

Pour la comparaison de deux fractions quelconques, voir ci-dessous, n° 249, p. 186.

Cas particulier. — Soient les fractions $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{11}$. $\frac{3}{11} < \frac{3}{8}$, or $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$. Donc *a fortiori* $\frac{3}{11} < \frac{5}{8}$ (n° 10, p. 6).

229. — ***Comparaison avec l'unité :* Expressions fractionnaires.**

Une fraction peut mesurer une grandeur plus grande que l'unité.



$$\frac{8}{3} > 1$$

Fig. 25.

Ex. : La ligne CD contient 8 fois le *tiers* de l'unité (fig. 25). Elle est mesurée par la fraction $\frac{8}{3}$.

CD, qui contient 8 tiers de l'unité, est plus grande que l'unité, qui ne contient que 3 tiers. Donc $\frac{8}{3} > 1$.

Règle. — Une fraction est plus grande ou plus petite que l'unité, selon que son numérateur est plus grand ou plus petit que son dénominateur.

On désigne parfois sous le nom d'*expressions fractionnaires* les fractions > 1, en réservant le nom de *fractions proprement dites* aux fractions < 1.

Remarque. — D'après la définition de la fraction,

l'unité est exprimée par toutes les fractions dont les *deux termes sont égaux*.

$$\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{5}{5} = \frac{a}{a} = 1.$$

$\frac{5}{5}$ exprime une grandeur qui contient 5 *fois le cinquième de l'unité*, c'est-à-dire qu'elle est égale à l'unité.

230. — **Application. — Extraire les entiers d'une expression fractionnaire.**

L'unité AB contient 3 *tiers* (d'elle-même). CD contient 8 tiers, c'est-à-dire 2 fois 3 *tiers* + 2 *tiers*.

$$\frac{8}{3} = 2 \text{ unités} + \frac{2}{3}.$$

On écrit $2\frac{2}{3}$ sans mettre le signe +. C'est une *exception* à la *notation habituelle*, aussi est-ce *une source fréquente d'erreurs de calculs*.

Le nombre des unités est le **quotient entier** du numérateur par le dénominateur, la fraction complémentaire a pour numérateur le reste de cette division.

Ex. : $38 = 7 \times 5 + 3$ avec $3 < 7$.

Donc $\frac{38}{7} = 5 + \frac{3}{7}$.

231. — **Problème inverse. — Convertir en expression fractionnaire un nombre entier suivi de fraction.**

Ex. : $5\frac{3}{4}$ est mis pour $5 + \frac{3}{4} = \frac{(5 \times 4) + 3}{4} = \frac{23}{4}$.

Chaque unité vaut en effet 4 quarts; on a ainsi 4×5 quarts + 3 quarts ou $(4 \times 5 + 3)$ quarts

$$n + \frac{a}{b} = \frac{nb + a}{b}.$$