

Logique de construction de la séance TD n°4

Si l'on part du principe que la séance suivante (n°5) sera consacrée à un travail de groupe servant d'évaluation de ce TD, nous proposons de construire le contenu suivant pour la séance n°4 en évoquant:

- **les interférences qui entrent dans le couple enseignement / apprentissage des mathématiques**
- **les difficultés d'aider l'élève à passer de son niveau de conceptualisation actuel à un niveau supérieur.**

1/ Partie « théorique » : Il s'agit de revenir brièvement sur les apports du cours magistral et d'apporter des compléments:

- La théorie de **la transposition didactique de Yves CHEVALLARD** (illustrée elle-même par des approches « culturelles » différentes d'une même situation proposée à des élèves)
- La théorie des **champs conceptuels de Gérard VERGNAUD** (en revenant très vite sur les structures additives)
- La théorie des **jeux de cadres de Régine DOUADY** et la théorie **des registres sémiotiques de Raymond DUVAL**

2/ Partie « pratique » : Pas de retour sur des situations proposées lors de la séance 1 mais plutôt le choix de laisser plus de place à l'analyse des productions des élèves en géométrie et une portant sur la mesure des durées.

Didactique et pédagogie des mathématiques Séance n°4 du 07/03/18

Retour sur...

La théorie de la transposition didactique
Yves CHEVALLARD

La transposition didactique ...

Tous les contenus des diverses formes de savoirs sont soumis à **des effets** induits par :

- des choix culturels,
- des « rapports de force »,
- les outils pédagogiques mis à disposition,
- le profil des enseignants,
- ...

3

<http://www.apprendreamultiplier.com/multiplication-technique-russe>

$$43 \times 3215 =$$

Algorithme dit à la grecque		Algorithme dit à la russe	

11) le résultat est $12 \times 23 = 276$

12 x 23 = ?	
pair	1 2 2 3
pair	6 4 6
impair	3 9 2
impair	1 1 8 4
92 + 184 = 276	
12 x 23 = 276	

<https://haut-poirier.jimdo.com/math%C3%A9matiques/calcul-en-ligne-et-pos%C3%A9/multiplication-%C3%A0-la-grecque/>

4

Multiplication dans la forme scolaire usuelle

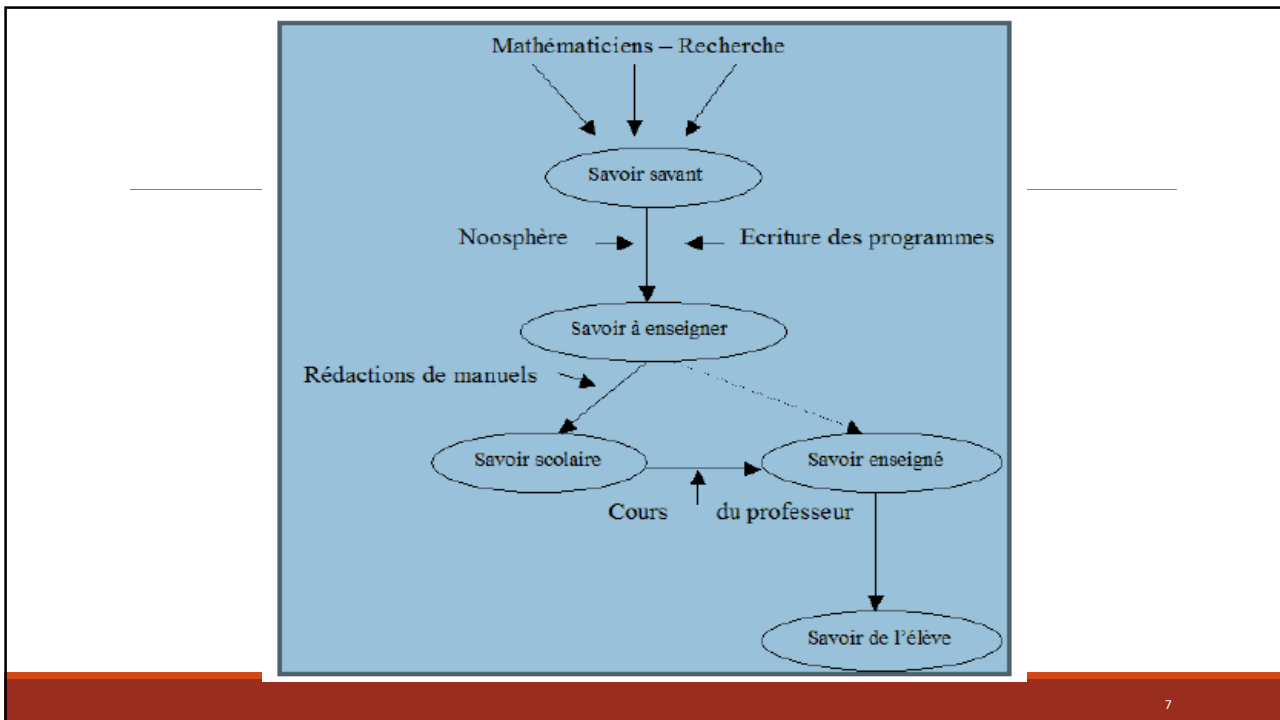
345 x 623 = ?		
345	x 623	J'additionne:
	1035	001035
+	690 ■	+ 006900
+	2070 ■ ■	+ 207000
=	214935	= 214935
		Conclusion: 345 x 623 = 214935

5

La théorie a repéré plusieurs stades de savoirs :

- le savoir savant
- le savoir à enseigner
- le savoir scolaire
- le savoir enseigné
- le savoir de l'élève.

6



7

Analyse didactique a priori

⌘ Anticipation de la résolution de problèmes mathématiques par les élèves

Quelle modélisation vont-ils appliquer à la situation proposée par l'enseignant ?

8

Énoncé

Pour préparer une séance au cycle 3, on envisage les énoncés suivants.

Énoncé 1 : Paul et André décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Paul a 10 billes et André a 20 billes.

À la fin de la récréation, ils ont 42 billes et se demandent comment les partager.

Énoncé 2 : Paul et André décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Paul a 5 billes et André a 25 billes.

À la fin de la récréation, il ne leur reste plus que 12 billes et ils se demandent comment les partager.

Énoncé 3 : Élodie, Juliette et Hélène décident de mettre leurs billes en commun au début de la récréation. Élodie a 3 billes, Juliette en a 6 et Hélène en a 4.

À la fin de la récréation, elles en ont 52 et se demandent comment les partager.

Énoncé 4 : Un magasin décide d'augmenter ses prix : un disque passe de 45 F à 47 F, une radio de 420 F à 435 F et une chaîne hi-fi de 3 900 F à 4 000 F. On souhaite comparer ces augmentations.

Vous vous efforcerez de justifier et expliciter vos idées.

Partie 1

- Quelle notion mathématique peut-on enseigner en exploitant ces situations? Quel(s) aspect(s) de la notion peut-on mettre en évidence dans cet enseignement?
- Chacun de ces problèmes peut conduire à plusieurs solutions, se référant ou ne se référant pas à la notion ci-dessus évoquée : présentez-les brièvement.

9

Énoncé n° 1 : Paul et André ont gagné 12 billes.

Plusieurs stratégies possibles

			Paul	André																
Première réponse possible	Ils prennent la moitié du gain (6).		16	26																
Deuxième réponse possible	Ils se partagent la moitié de leur possession finale (21).		21	21																
Troisième réponse possible	Ils effectuent un partage proportionnel.	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Total</th> <th>Paul</th> <th>André</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>D</td> <td>30</td> <td>10</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>F</td> <td>42</td> <td>14</td> <td>28</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		Total	Paul	André	D	30	10	20	F	42	14	28					14	28
	Total	Paul	André																	
D	30	10	20																	
F	42	14	28																	

10

Enoncé n° 2 : Paul et André ont perdu 18 billes.

			Paul	André			
Première réponse possible	Ils prennent en charge la moitié de la perte (9).		$5 - 9 = X$ donc 0	Et donc André garde les 12 billes.			
Deuxième réponse possible	Ils se partagent la moitié de leur possession finale (6).		6	6			
Troisième réponse possible	Ils effectuent un partage proportionnel du reste.		2	10			
					Total	Paul	André
		D			30	5	25
		F			12	2	10

11

Enoncé n° 3 : Les trois filles ont gagné 39 billes.

			Elodie	Juliette	Hélène				
Première réponse possible	Elles prennent le tiers du gain (13).		16	19	17				
Deuxième réponse possible	Elles se partagent leur possession finale (52).	Mais 52 ne se partage pas par trois ! $(17 \times 3) + 1$	17	17	18				
Troisième réponse possible	Ils effectuent un partage proportionnel .		12	24	16				
						Tot.	Elo.	Juli.	Hélè.
		D				13	3	6	4
		F				52	12	24	16

12

Enoncé n° 4 : Montant des augmentations

	Disque	Radio	Chaîne hi-fi

13

Enoncé n° 4 : Montant des augmentations

	Disque	Radio	Chaîne hi-fi
Ancien prix			
Nouveau prix			

14

Enoncé n° 4 : Montant des augmentations

	Disque	Radio	Chaîne hi-fi
Ancien prix	45	420	3900
Nouveau prix	47	435	4000

15

Enoncé n° 4 : Montant des augmentations

	Disque	Radio	Chaîne hi-fi
Ancien prix	45	420	3900
Nouveau prix	47	435	4000
Augmentation absolue			

16

Enoncé n° 4 : Montant des augmentations

	Disque	Radio	Chaîne hi-fi
Ancien prix	45	420	3900
Nouveau prix	47	435	4000
Augmentation absolue	2	15	100

Enoncé n° 4 : Montant des augmentations

	Disque	Radio	Chaîne hi-fi
Ancien prix	45	420	3900
Nouveau prix	47	435	4000
Augmentation absolue	2	15	100
Augmentation relative			

Enoncé n° 4 : Montant des augmentations

	Disque	Radio	Chaîne hi-fi
Ancien prix	45	420	3900
Nouveau prix	47	435	4000
Augmentation absolue	2	15	100
Augmentation relative	0,044	0,035	0,0256

19

Didactique et pédagogie des mathématiques
Séance n°4 du 07/03/18

Retour sur...

La théorie des champs conceptuels
Gérard VERGNAUD

20

La théorie des champs conceptuels de Gérard VERGNAUD

1/ Les schèmes

- Le but
- Les anticipations
- Les règles d'action
- Les invariants opératoires
- Les inférences

2/ Les concepts

- Les invariants opératoires
- Les situations
- Les signifiants langagiers

3/ Les champs conceptuels

- Définition
- Les structures additives
- Les signifiants et signifiés

4/ Les conceptions ou représentations des élèves

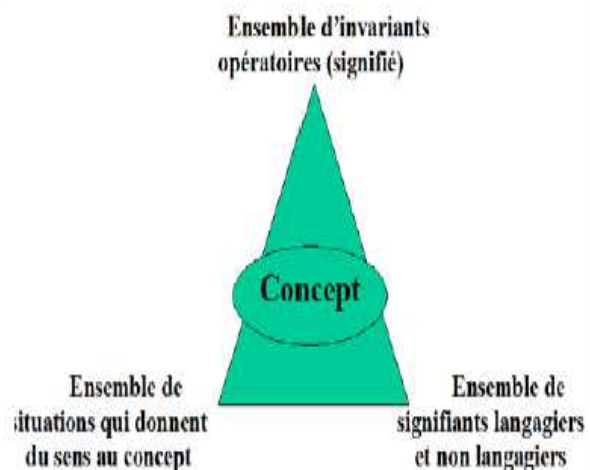
21

Ainsi un concept est la donnée de trois ensembles :

Signifié : l'ensemble des invariants opératoires, propriétés spécifiques du concept

Référence : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept ;

Signifiant : l'ensemble de termes, de dénomination ou de symboles représentant le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement



22

Un certain nombre de champs conceptuels a été bien étudié à l'heure d'aujourd'hui :

- *les structures additives*
- *les structures multiplicatives*
- *la proportionnalité*
- *la résolution d'équation*

Didactique et pédagogie des mathématiques

Séance n°4 du 08/03/17

Retour sur...

La théorie des jeux de cadres
Régine Douady

Quant à la notion de "cadre mathématique", elle renvoie à celle de cadre théorique, c'est-à-dire ce qui est constitué "par les objets d'une branche mathématique, par les relations entre ces objets, par leurs formulations diverses et les images mentales qui leur sont associées. Ainsi parle-t-on de cadre géométrique ou de cadre algébrique. Les changements de cadres conduisent à des changements de formulation 'un problème voire même à des changements de problème. Selon Régine Douady, ils sont un moyen d'obtenir des formulations différentes d'un problème qui sans être nécessairement équivalentes permettent un nouvel accès aux difficultés rencontrées et la mise en œuvre d'outils et techniques qui ne s'imposaient pas dans la première formulation.

25

Ce qui est abstrait aujourd'hui pour un élève sera concret pour lui après-demain, lorsqu'il aura parfaitement délimité et analysé l'objet nouveau ainsi construit. Désigner cet objet par un mot nouveau, une expression nouvelle ou un symbolisme nouveau est une aide à la conceptualisation et non pas une gêne. Ce qui gêne les élèves, par contre, c'est de leur présenter les symboles mathématiques comme des objets ou de laisser penser aux élèves qu'il pourrait en être ainsi, faute d'établir avec eux la signification des concepts enseignés en les référant aux situations qu'ils permettent de penser et de traiter. La signification des concepts mathématiques ne vient pas principalement des symboles qui les représentent, mais des situations et des activités qu'ils contribuent à conceptualiser. Certaines de ces situations sont proprement mathématiques, mais ce n'est pas le cas de toutes. Il serait préjudiciable de méconnaître cette double fonction des mathématiques.

26

Didactique et pédagogie des mathématiques

Séance n°4 du 07/03/18

Retour sur...

La théorie des registres sémiotiques de représentation
Raymond DUVAL

27

Un registre désigne les différents systèmes sémiotiques utilisables pour présenter une information ou objectiver une représentation mentale. Il est constitué de signes et réalise un moyen d'expression ou de représentation d'un objet, d'une idée ou d'un concept. Changer de registre sémiotique implique une réorganisation de la présentation d'une connaissance.

28

Plaçons dans la cadre théorique de la géométrie, nous pouvons disposer :

- du registre figuratif, rattaché à la perception visuelle ou tactile, munie de ses propres lois d'organisation.
- du registre du langage naturel permettant de décrire et d'expliciter la statut des énoncés.
- du registre du langage symbolique permettant d'écrire et de recourir à des formules.

29

Si nous prenons comme exemple le concept de fonction, nous pouvons identifier le recours à trois registres de représentation :

- un registre "tableaux"
- un registre "graphiques"
- un registre "algébrique".

30

Revenons ici, sur le concept de **registres sémiotiques** (Duval, 1993) : un registre sémiotique répond aux trois caractéristiques suivantes :

- de **communication** (idée d'ordre non équivoque, évident, sans besoin d'explicitation de clés de lecture, pour présenter l'information)
- de **traitement** (rendu possible sur les données contenues grâce à l'outil même d'exposition utilisé)
- de **conversion** (possibilité de traduire les données exposées dans un autre registre, avec la possibilité de les prendre une par une, et de les convertir de la même manière dans un autre registre).

31

C'est le cas pour : les listes, le langage naturel, les tableaux, les diagrammes, les graphiques, les cartes, les illustrations. Et d'après les actes du XXXII^{ème} colloque COPIRELEM de l'IREM de Strasbourg en 2006 (pp. 67-89), il faut s'interroger sur les processus cognitifs sous-jacents aux démarches mathématiques. Une activité mathématique est un acte de fusion selon 2 types de **transformation** :

- La première concerne tout changement de registre de représentation.
- L'autre consiste à utiliser les possibilités de transformation propre à chaque registre.

32

UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2
UNIVERSITÉ LUMIÈRE LYON 2

Les portails Lyon 2 : Intranet - Portail Etudiant - www

La question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école... par COUTANSON Bernard Ernest - 2010 - Université Lumière Lyon 2

Menu

- Présentation générale
- Consulter le document
- Versions imprimables
- Contact

Table des matières

- Page de titre
- Contrat de diffusion
- Remerciements
- Introduction
- Première partie : des objets de la statistique à l'esprit statistique
- Deuxième partie : Des objets statistiques aux objets d'enseignement de la statistique en milieu scolaire
- Troisième partie : Recherches successives entreprises à propos de l'enseignement / apprentissage de la statistique
- Conclusion
- Références bibliographiques
- [Résumés]
- [Annexes]

Rechercher

Université Lumière Lyon 2

École Doctorale : Sciences de l'éducation, Psychologie, Information, Communication

Institut de Sciences et Pratiques de l'Éducation et de la Formation

Équipe de recherche : Interactions, corpus, apprentissage, représentations

La question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France

Étude exploratoire de quelques caractéristiques de situations inductrices d'un enseignement de la statistique au cycle III

Par Bernard COUTANSON

Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation

Sous la direction de Jean-Claude RÉGNIER

Présentée et soutenue publiquement le 22 juin 2010

33

La question de l'éducation statistique et de la formation de l'esprit statistique à l'école primaire en France

<https://www.theses.fr/2010LYO20030/document>

1.6. Un cadre conceptuel proposé par Raymond Duval pour analyser l'état et l'effet des différents registres de représentation dans l'enseignement / apprentissage de la statistique (p.159)

Schéma p.193

▪ Analyse des registres de représentation (V6) :

Rappel de l'analyse des manuels des élèves de cycle III

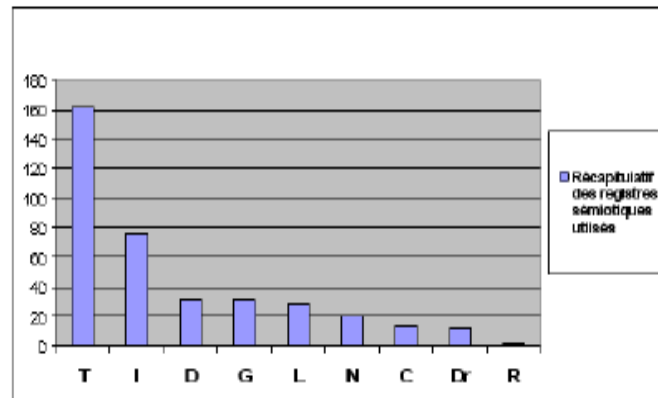


Figure 60 : Les registres de représentation dans les manuels des élèves

35

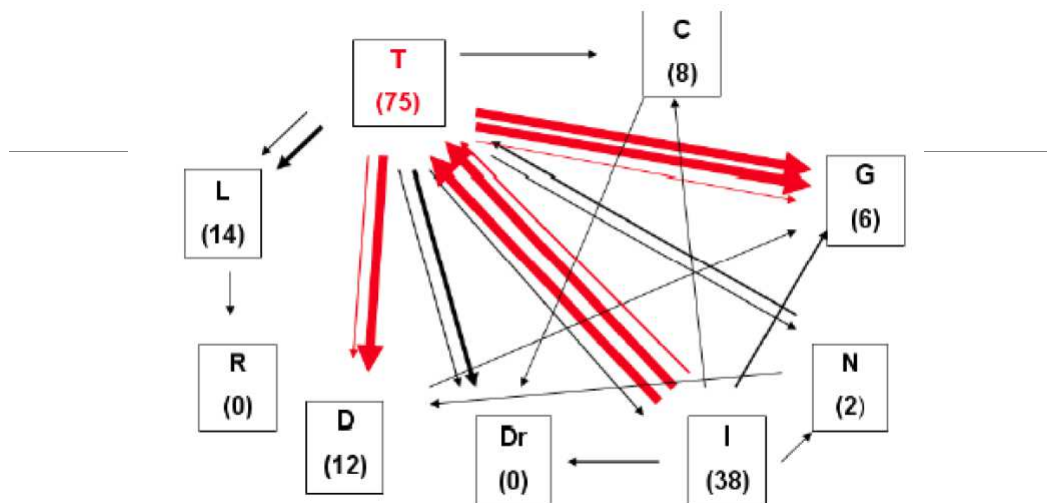


Figure 51 : Ensemble des parcours sémiotiques des situations statistiques des manuels

36

Analyse didactique a posteriori

⌘ Analyse de la résolution de problèmes mathématiques par les élèves

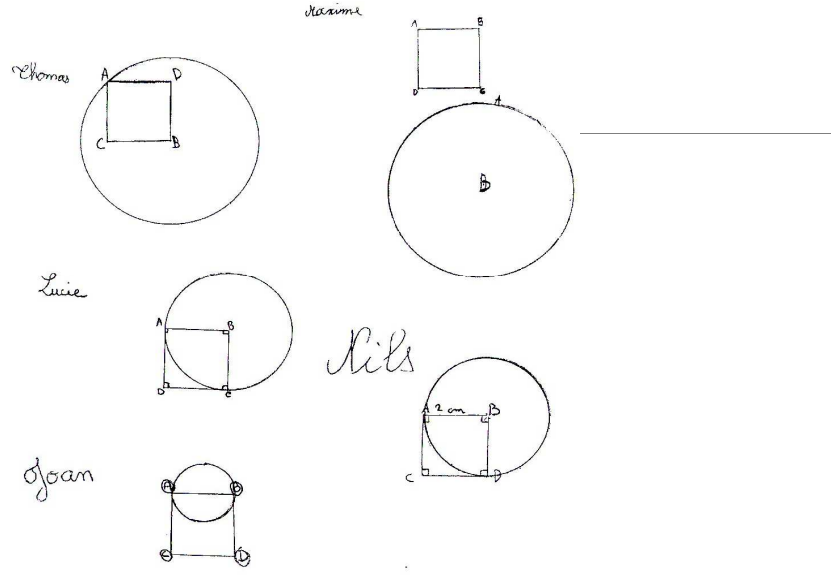
Quelles connaissances et compétences sont à l'œuvre chez les élèves?

Problèmes de géométrie ...

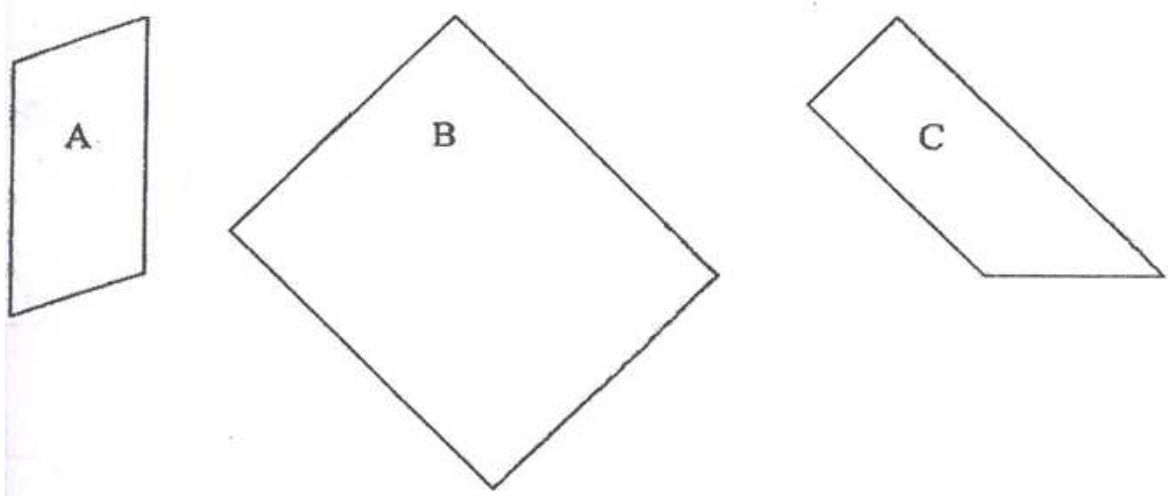
Tracer un carré ABCD de côté 2 cm

Tracer un cercle de centre B passant par A

Trace le carré ABCD de côté 2 cm.
Trace le cercle de centre B passant par A.



Est-ce un rectangle?



ELEVE A

Figure	Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse.	Explique comment tu t'en es aperçu.
A	<input checked="" type="radio"/> OUI NON	C'est un rectangle parce que les côtés sont droites.
B	<input checked="" type="radio"/> OUI NON	Parce que il y a 4 sommets et 4 côtés.
C	OUI <input checked="" type="radio"/> NON	Parce qu'il y a 1 côté qu'il est pas comme les autres.

41

ELEVE B

Figure	Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse.	Explique comment tu t'en es aperçu.
A	OUI <input checked="" type="radio"/> NON	parce que les 2 petits côtés sont penchés
B	<input checked="" type="radio"/> OUI NON	parce que les deux grands mesure pareille et les deux petits aussi
C	OUI <input checked="" type="radio"/> NON	parce que les côtés de mesure pas pareille.

42

ELEVE C

Figure	Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse.	Explique comment tu t'en es aperçu.
A	OUI <input checked="" type="radio"/> NON	car il n'a pas d'angles droits
B	<input checked="" type="radio"/> OUI NON	Oui car il a deux parallèles de 4,2 cm et deux autres de 3,1 cm et il a 4 angles droits
C	OUI <input checked="" type="radio"/> NON	car il a que deux angles droits.

43

ELEVE D

Figure	Est-ce un rectangle ? Entoure la bonne réponse.	Explique comment tu t'en es aperçu.
A	OUI <input checked="" type="radio"/> NON	Les parallèles ne sont pas droites
B	<input checked="" type="radio"/> OUI NON	Les parallèles sont droites et il ne sont pas de la même longueur.
C	OUI <input checked="" type="radio"/> NON	Les parallèles ne sont pas égales.

44

Problèmes numériques...

Je suis parti à neuf heures moins dix. Je suis arrivé à 10h40.

Quelle a été la durée de mon parcours?

45

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Mélanie :

$$9h + 10m + 1R + 40m = 1R 50$$

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Thomas :

$$Il a mit 30 min \cdot 10R40 - 9R50 = 30m$$

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Sabrina :

j'ai trouvé en ajoutant 10+40
j'ai parcourus 50 mètres

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Kevin :

$$\begin{array}{r} 9 \\ 70 \\ 70 \\ 40 \\ \hline 69 \end{array} \quad 9h 69$$

46